

**Προσομοίωση των μαγνητικών μετρήσεων υπεραγώγιμων λεπτών υμενίων της σειράς
 $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{n-1}\text{Cu}_n\text{O}_{2(n+2)}$, $n=1,2,3$
 με βάση θεωρητικό μοντέλο όπου θεωρείται νόμος δύναμης μεταξύ τοπικού πεδίου και
 ρεύματος**

M. Χολιαστού¹, M. Πίσσας¹, Δ. Νιάρχος¹
 P. Haibach², U. Frey², H. Adrian²

¹Ινστιτούτο Επιστήμης Υλικών, ΕΚΕΦΕ “Δημόκριτος”, 15310, Αθήνα
²Institute für Physik, Johannes Gutenberg Universität, Mainz, Germany

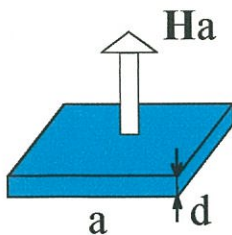
ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η συμπεριφορά ενός υπεραγώγιμου υλικού μέσα σε μαγνητικό πεδίο αντιμετωπιζόταν μέχρι πρότινος από απλοποιητικά μοντέλα που περιείχαν μη ρεαλιστικές παραδοχές, όπως κύλινδρο απείρου μήκους (μοντέλο Bean, 1964), ή ρεύμα σταθερής τιμής - χαρακτηριστικής του υλικού (μοντέλο Sun, 1991). Η ακριβής λύση των εξισώσεων του Maxwell για ένα υπεραγώγιμο λεπτό δίσκο μέσα σε μαγνητικό πεδίο έγινε μόλις το 1993 από τους Mikhchenko και Kuzonlev (Physica C 204, 229, (1993)). Η επέκταση για τετράγωνο υμένιο έγινε από τον Brandt (Phys. Rev. B. 52, 10375, (1995)), ο οποίος έδειξε ότι το πρόβλημα αυτό ανάγεται τελικά σε μία μη τοπική-μη γραμμική διαφορική εξίσωση για το ρεύμα που διαρέει το υμένιο. Η εξίσωση αυτή επιλύεται αριθμητικά με H/Y (βλ. M. Πίσσας, M. Χολιαστού κ.ά. XII Πανελλήνιο Συνέδριο Φυσικής Στερεάς Κατάστασης, Κρήτη, 1996) και επιτρέπει να συμπεριληφθούν όλα τα ρεαλιστικά χαρακτηριστικά ενός πειράματος, όπως το τετράγωνο σχήμα του υμενίου ή ένα εξαρτώμενο από το χρόνο μαγνητικό πεδίο ή, το κυριότερο: την ιδιαίτερη συμπεριφορά των υπεραγωγών τύπου-II η οποία οφείλεται στο πλέγμα των φλαζονίων και το πλούσιο διάγραμμα φάσης του. Αυτή εισάγεται στο μοντέλο μέσω της εξάρτησης της ειδικής αντίστασης του υλικού από το ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε την ανάλυση μαγνητικών μετρήσεων που έγιναν σε τετράγωνα λεπτά υμένια της υπεραγώγιμης σειράς $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{n-1}\text{Cu}_n\text{O}_{2(n+2)}$, $n=1,2,3$ με βάση το παραπάνω μοντέλο, θεωρώντας νόμο δύναμης μεταξύ ειδικής αντίστασης και ρεύματος. Συγκεκριμένα, γίνεται προσομοίωση του μαγνητικού βρόχου υστέρησης λεπτού υμενίου $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+x}$, που άρθηκε σε θερμοκρασία 5K.

ΛΕΠΤΟ ΥΜΕΝΙΟ ΣΕ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Η επίλυση του προβλήματος του τετράγωνου υμενίου μέσα σε μαγνητικό πεδίο επιτεύχθηκε μόλις πρόσφατα από τον Brandt^[1].



Σχήμα 1: τετράγωνο υμένιο σε μαγνητικό πεδίο κάθετο στην επιφάνειά του

Ας θεωρήσουμε ένα υπεραγώγιμο λεπτό υμένιο μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο κάθετο στην επιφάνειά του (σχ.1). Το υμένιο είναι τετράγωνο πλευράς a και πάχους d . Αν το μαγνητικό πεδίο είναι μικρότερο από το κρίσιμο πεδίο H_{c1} του υπεραγωγού, υπεραγώγιμα ρεύματα αναπτύσσονται στο υλικό και το θωρακίζουν από το εξωτερικό πεδίο, οπότε $B_z=0$ στο εσωτερικό του υλικού. Αν το μαγνητικό πεδίο είναι μεγαλύτερο από H_{c1} , εμφανίζονται φλαζόνια (βρόχοι ρεύματος) και το μαγνητικό πεδίο στο υλικό είναι $B_z \neq 0$. Στα λεπτά υμένια όμως, λόγω του παράγοντα

απομαγνήτισης, ακόμα και ένα μικρό πεδίο (πχ. 100Gauss) είναι αρκετό για να δημιουργηθούν φλαζόνια. Το συνολικό ρεύμα των φλαζονίων (εξαιτίας ουσιαστικά της ανισοκατανομής τους) θωρακίζει το εσωτερικό του υλικού από το εξ. πεδίο, όπου θα είναι $B_z=0$, στην ίδια την περιοχή των φλαζονίων

όμως, το πεδίο είναι $B_z \neq 0$. Ο νόμος του Biot-Savart:

$$B(\mathbf{r}) = \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^2r' + H\mathbf{a}$$

δίνει το μαγνητικό πεδίο στο υλικό και το ρεύμα $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ του υλικού, καθώς και όλα τα μεγέθη θα πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις του Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \mathbf{E} = \rho(\mathbf{j}) \mathbf{j}$$

Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του υλικού (υπεραγωγός τύπου-II) εισάγονται στο πρόβλημα εξολοκλήρου μέσω της ειδικής του αντίστασης $\rho(\mathbf{j})$. Ένας νόμος δύναμης

$$\rho(\mathbf{j}) = \rho_0 \left(\frac{j}{j_c} \right)^{n-1}$$

με κατάλληλη εκλογή του εκθέτη περιγράφει πολύ καλά τις διάφορες περιοχές όπου ανάλογα με τις συνθήκες B,T η συμπεριφορά του υλικού είναι α) γραμμική (πχ. περιοχή flux flow) : $n=1$, β) μη γραμμική (πχ. περιοχή flux creep) : $n>1$, ή γ) ενός τέλει υπεραγωγού (τύπου-Bean) : $n \rightarrow \infty$. Το κρίσιμο ρεύμα J_c του υλικού αλλάζει με τη θερμοκρασία και το μαγνητικό πεδίο. Η εξάρτησή του από αυτά εισάγεται στο πρόβλημα με την φαινομενολογική σχέση^[2]

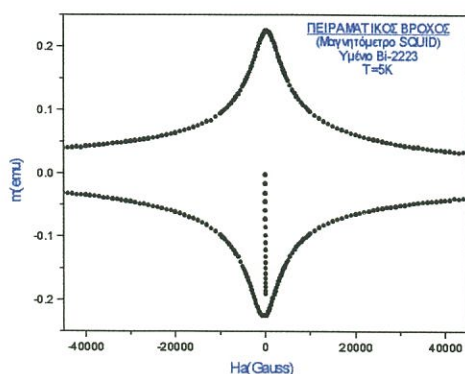
$$J_c = \frac{J_{c0}}{1 + \frac{|B|}{B_0}}, \quad \text{όπου } J_{c0}, B_0 : \text{χαρακτηριστικές του υλικού που εξαρτώνται μόνο από τη θερμοκρασία και}$$

μπορούν να εκτιμηθούν από μετρήσεις^[3]. Η επίλυση του προβλήματος, η οποία παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία εξαιτίας της γεωμετρίας (τεράγωνο πάχους $d \rightarrow 0$) οδηγεί τελικά^[4] σε μία ολοκληρο-διαφορική εξίσωση κίνησης για το ρεύμα που επιλύεται μόνο με H/Y. Όταν υπολογιστεί το ρεύμα $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ σαν συνάρτηση του χρόνου και της θέσης στο υμένιο υπολογίζονται εύκολα και όλα τα άλλα μεγέθη, όπως η μαγνητική επαγωγή $B(\mathbf{r}, t)$, η μαγνήτιση και η μαγνητική ροπή $m(t)$ του υμενίου. Χρησιμοποιώντας κατάλληλη συνάρτηση $H_a(t)$ για το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο μπορούμε να προσομοιάσουμε διάφορα πειραματικά δεδομένα όπως βρόχους υστέρησης, μετρήσεις εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας, μετρήσεις εφησυχασμού κ.ά.

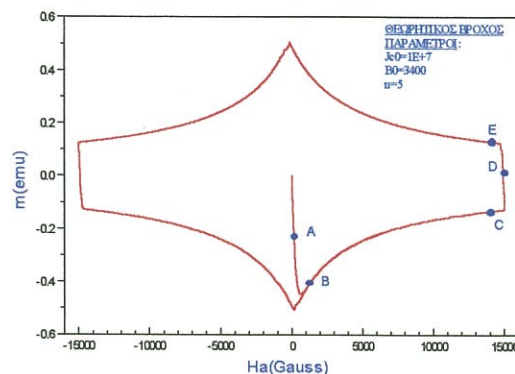
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ

Στην εργασία αυτή θεωρούμε ένα εξωτερικό πεδίο το οποίο μεταβάλεται γραμμικά ανάμεσα στα όρια: $0T \rightarrow 1.5T \rightarrow -1.5T \rightarrow 0T$ και παράγουμε ένα βρόχο υστέρησης (σχήμα 2).

Οι σταθερές του προβλήματος για το συγκεκριμένο βρόχο ήταν: $J_{c0} = 1 \cdot 10^7 \text{ A/cm}^2$ και $B_0 = 3400 \text{ Gauss}$,



Σχήμα 2: Πειραματικός βρόχος υστέρησης υμενίου $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+x}$ στους 5K



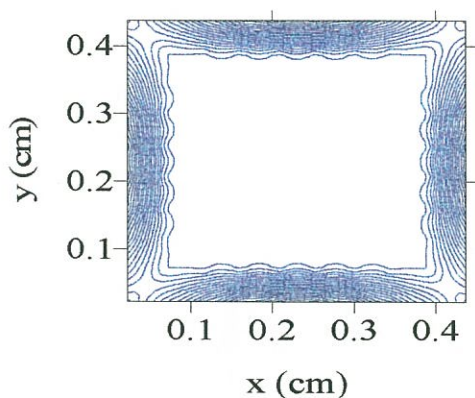
Σχήμα 3: Θεωρητικός βρόχος υστέρησης που υπολογίστηκε με H/Y. Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν είναι $J_{c0} = 1 \cdot 10^7, B_0 = 3400, n = 6$

Οι σταθερές του προβλήματος για το συγκεκριμένο βρόχο ήταν: $Jc0=1\cdot 10^7$ A/cm² και $B0=3400$ Gauss, εκτίμηση που έγινε βάσει ενός πειραματικού βρόχου υστέρησης (σχ.3) που πάρθηκε από υμένιο $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+\chi}$ στους 5K. (Για τη μέθοδο υπολογισμού βλ. αναφορά [5].) Το υμένιο παρασκευάστηκε με την τεχνική Diode-Sputtering πάνω σε υπόστρωμα $SrTiO_3$ και είναι επιταξιακά ανεπτυγμένο, όπως έδειξε λεπτομερής μελέτη με ακτίνες-χ (βλ. "Μελέτη λεπτών υμενίων των τριών μελών της υπεραγωγίμης σειράς $Bi_2Sr_2Ca_{n-1}Cu_nO_{2(n+2)}$, $n=1,2,3$ με ακτίνες-χ και φασματοσκοπία Raman", Μ. Χολιαστού,... στο ίδιο συνέδριο) Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να προσομοιάσουμε τους βρόχους υστέρησης υμενίων και των τριών φάσεων σε όλες τις θερμοκρασίες από 4K έως Tc.

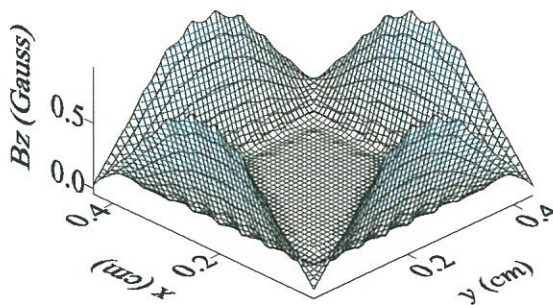
Ο βρόχος του σχήματος 2 έχει ληφθεί με εκθέτη $n=6$. Καθώς το υλικό διαγράφει αυτόν τον βρόχο, η κατανομή των ρευμάτων και του μαγνητικού πεδίου σ' αυτό μεταβάλλεται. Στα σχήματα 4,5 παρουσιάζουμε διαγράμματα της τοπικής μαγνητικής ροπής και της z-συνιστώσας της μαγνητικής επαγωγής στα σημεία A,B,C,D,E του βρόχου, όπου φαίνονται χαρακτηριστικά οι αλλαγές που συμβαίνουν στο υλικό.

Στο σημείο A το εξωτερικό πεδίο είναι $H_a=100$ Gauss, αρκετά μικρό ώστε να μπορεί το υμένιο να θωρακιστεί με υπεραγωγίμα ρεύματα που αναπτύσσονται σε μικρή περιοχή στην περίμετρο του τετραγώνου. Έτσι το μαγνητικό πεδίο είναι μηδέν σε όλη την έκταση του υμενίου εκτός από την περιοχή αυτή. Στο σχήμα 4(a) είναι οι ισοψείς καμπύλες και στο 4(b) η 3-στατη γραφική παράσταση του B_z στο υμένιο. Προσέξτε ότι είναι μόλις 0.5Gauss και ότι είναι μέγιστο στα άκρα των ακμών. Το δε μέτωπο της ροής είναι κυρτό, διεισδύοντας πρώτα από τα μέσα των ακμών, σε αντίθεση με τη γεωμετρία του δίσκου όπου είναι κοίλο.

Σημείο A: $H_a=100$ Gauss

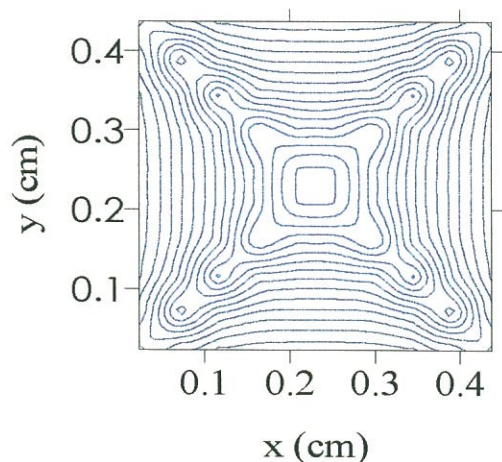


(α)

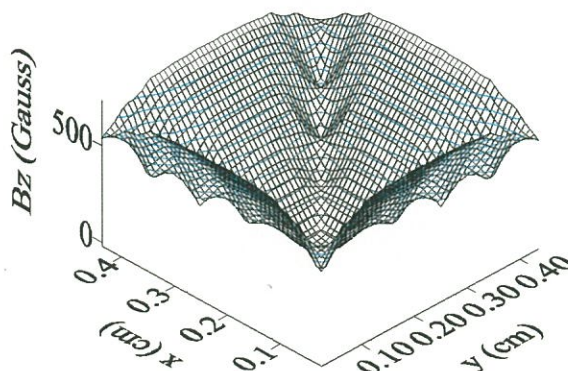


(β)

Σημείο B: $H_a=700$ Gauss



(c)

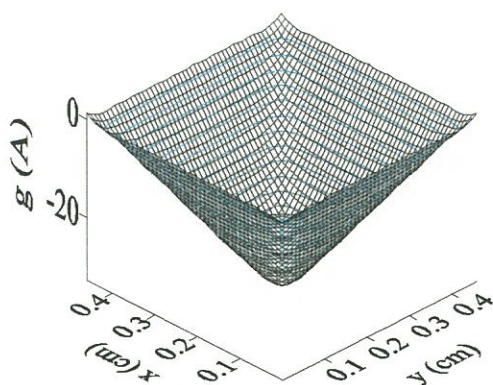


(d)

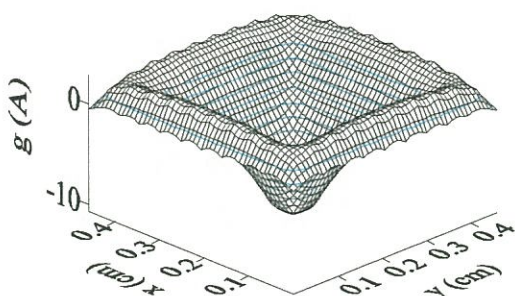
Σχήμα 4: (α) Ισοψείς του B_z στο τετράγωνο υμένιο όταν είναι $H_a=100$ G (σημείο A του βρόχου υστέρησης του σχ. 2) (β) 3-διάστατη απεικόνιση του B_z όταν είναι $H_a=100$ G (σημείο A του βρόχου υστέρησης του σχ. 2) (c) Ισοψείς του B_z στο τετράγωνο υμένιο όταν είναι $H_a=700$ G (σημείο B του βρόχου υστέρησης του σχ. 2) (d) 3-διάστατη απεικόνιση του B_z όταν είναι $H_a=700$ G (σημείο B του βρόχου υστέρησης του σχ. 2)

Στο σημείο B το εξωτερικό πεδίο είναι $H_a=700\text{Gauss}$ και τα ρεύματα έχουν φτάσει μέχρι το κέντρο του υλικού. Στο σχήμα 4c φαίνονται οι ισουψείς καμπύλες και στο 4d η 3-στατη γραφική παράσταση του B_z που έχει εισέλθει σε όλο τον όγκο του υλικού και δεν είναι πια $B=0$ πουθενά πλέον στο υμένιο. Τα υπεραγωγικά αυτά ρεύματα ρέουν παράλληλα στις ακμές του τετραγώνου και έχουν φορά τέτοια ώστε να δημιουργούν μαγνητικό πεδίο αντίθετης φοράς με το εξωτερικό. Η μαγνητική ροπή που συνδέεται με αυτά είναι αρνητική και είναι η

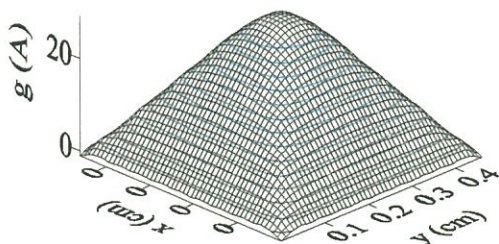
Σημείο C: $H_a=15000\text{Gauss}$



Σημείο D: $H_a=14900\text{Gauss}$



Σημείο E: $H_a=14600\text{Gauss}$



Σχήμα 5: Τοπική μαγνητική ροπή g στο υμένιο σε διάφορα στιγμιότυπα κατά τη διαγραφή του βρόχου (σημεία C,D,E)

μαγνητική ροπή του σημείου B στο βρόχο.

Στο σχήμα 5 δείχνουμε την τοπική μαγνητική ροπή σε κάθε θέση του υλικού στα σημεία C,D και E του βρόχου. (Το μέγεθος g έχει εισαχθεί για να διευκολύνει το μαθηματικό υπολογισμό και το ολοκλήρωμά του στην επιφάνεια του τετραγώνου δίνει τη μαγνητική ροπή του υλικού.)

Στο σημείο C το εξωτερικό πεδίο είναι $H_a=15000\text{Gauss}$ (το μέγιστο πεδίο στο οποίο υποβάλλουμε το υλικό) και η μαγνήτιση είναι παντού αρνητική (1^η γραφική παράσταση του σχ.5).

Στο σημείο D έχουμε μόλις αρχίσει να ελαττώνουμε το πεδίο: $H_a=14900\text{Gauss}$. Η ελάτωση αυτή σύμφωνα με το νόμο του Lenz προκαλεί ρεύματα στην περιφέρεια αντίθετης φοράς με του υπόλοιπου όγκου.

Στη 2^η γραφική παράσταση του σχ.5 φαίνεται ότι η μαγνήτιση γίνεται θετική στην περιφέρεια, γι' αυτό και η μαγνητική ροπή του βρόχου στο σημείο D είναι λιγότερο αρνητική από ότι στο C.

Τέλος, στο σημείο E, όπου το εξωτερικό πεδίο είναι $H_a=14600\text{Gauss}$ τα ρεύματα έχουν αλλάξει φορά σε όλον τον όγκο του υμενίου και η μαγνήτιση είναι παντού θετική (3^η γραφική παράσταση του σχ.5).

Αναφορές

- [1] T. Schuster, H. Kuhn, E. Brandt, Phys. Rev. B, 52,10375, 1995.
- [2] Y.B. Kim, C.F.Hempstead and A.R.Strnad, Phys. Rev. 129, 528, (1962)
- [3] E. Moraitakis, M. Pissas, D. Niarchos, Physica C, 241, 63, (1995)
- [4] M. Πίσσας, Μ. Χολιαστού, Θεωρητικός υπολογισμός της μαγνητικής ροπής, πυκνότητας ρεύματος και μαγνητικής επαγωγής υπεραγωγίων λεπτών υμενίων σχήματος παραλληλογράμμου, XII Πανελλήνιο Συνέδριο ΦΣΚ, Ηράκλειο, 1996