



Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας

Δ/νση Ηλεκτρικών Μεγεθών
Εργαστήριο Χαμηλών Συχνοτήτων

ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ DC ΜΕ ΤΗΝ ΠΟΤΕΝΣΙΟΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟ

Τερζίδης Αναστάσιος, Φλουδά Ειρήνη.

ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΔΗΓΙΑ ΕΜ-ΑΝ-01
ΘΕΣ/ΝΙΚΗ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2000

Copyright © 2000, ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΜΕΤΡΟΛΟΓΙΑΣ

Η αναπαραγωγή μέρους ή ολόκληρης της τεχνικής οδηγίας αυτής, επιτρέπεται μόνο μετά από γραπτή έγκριση του Ελληνικού Ινστιτούτου Μετρολογίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή.....	4
2. Πρωτεύον Πρότυπο Αντίστασης.....	4
3. Αντίσταση, φυσική υλοποίηση.....	5
4. Συνδεσμολογία και Σφάλματα στη Μέτρηση Αντίστασης	6
5. Χρήσιμη ορολογία	9
6. Προετοιμασία για την διακρίβωση Αντίστασης.....	10
7. Διαδικασία διακρίβωσης της Αντίστασης	10
8. Υπολογισμός Αβεβαιότητων.....	12
9. Αποτέλεσμα της διακρίβωσης	13
10. Παράδειγμα υπολογισμού αβεβαιότητας.....	14
11. Σχετική Βιβλιογραφία.....	15
12. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	16
13. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	17

1. Εισαγωγή

Η **Αντίσταση** είναι ένα φυσικό μέγεθος που δηλώνει τον βαθμό δυσκολίας στη ροή Ηλεκτρικού Ρεύματος σε έναν αγωγό. Η μονάδα μέτρησης της Αντίστασης είναι το **Ohm (Ω)** προς τιμήν του Γερμανού φυσικού **Georg Simon Ohm** που έζησε ανάμεσα στα 1787 και 1854. Ο ορισμός της Αντίστασης σύμφωνα με το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) που βασίζεται σε θεμελιώδεις μονάδες είναι $R = \frac{V}{I}$, όπου :

$$V = \frac{P}{I}$$

$$P = \frac{M \cdot s^2}{t^3}$$

$$V = \frac{M \cdot s^2}{I \cdot t^3}$$

και τελικά

$$R = \frac{M \cdot s^2}{I^2 \cdot t^3}$$

R .. αντίσταση σε Ω .

I ...ηλεκτρικό ρεύμα σε Αμπέρ (A), θεμελιώδης μονάδα του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI).

P ...ισχύς σε βάτ (W).

M ..Μάζα σε κιλά, θεμελιώδης μονάδα του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI).

s ...μήκος σε μέτρα, θεμελιώδης μονάδα του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI).

t ...χρόνος σε δευτερόλεπτα , θεμελιώδης μονάδα του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI).

2. Πρωτεύον Πρότυπο Αντίστασης

Από την 1η Ιανουαρίου 1990, κατόπιν διεθνούς συμφωνίας, ο ορισμός του *Ohm* έχει συσχετιστεί με το *Κβαντικό Φαινόμενο Hall* (QHE) μέσω της σταθεράς *Klitzing*. Η υλοποίηση του *Ohm* μέσω του QHE, γίνεται με αβεβαιότητα 0.2 ppm σε σχέση με τις μονάδες SI και αποτελεί τον καλύτερο τρόπο υλοποίησης του *Ohm*. (βλ. παράρτημα Β).

3. Αντίσταση, φυσική υλοποίηση

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι υλοποίησης και κατασκευής Αντιστάσεων. Οι κυριότεροι τύποι που χρησιμοποιούνται από εργαστήρια Μετρολογίας είναι οι παρακάτω :

Αντίσταση τύπου *Thomas*.

Αυτού του τύπου οι αντιστάσεις κατασκευάζονται από σύρμα Μανγκανίνης (83% Cu, 12% Mn, 5% Ni και ίχνη Fe) το οποίο ανοπτείται στους 550 °C για μεγαλύτερη σταθερότητα στην διάρκεια του χρόνου και παρουσιάζουν πολύ καλή συμπεριφορά όσον αφορά στη σταθερότητα της τιμής τους στο χρόνο. Είναι αντιστάσεις τεσσάρων επαφών (δύο ρεύματος και δύο τάσης) ερμητικά κλεισμένες σε μεταλλικό κουτί με διπλά τοιχώματα. Έχουν έναν σχετικά μεγάλο θερμοκρασιακό συντελεστή, γι' αυτό και πρέπει να παραμένουν εμβαπτισμένες σε λουτρό λαδιού με αυστηρά ελεγχόμενη θερμοκρασία.

Αντίσταση τύπου *Reichsanstalt*.

Αυτού του τύπου οι αντιστάσεις έχουν συνήθως χαμηλές τιμές ($\leq 0.1\Omega$) και μπορούν να διαρρέονται από μεγαλύτερο ηλεκτρικό ρεύμα. Είναι κατασκευασμένες από σύρμα που τυλίγεται γύρω από μεταλλικό κύλινδρο, ο οποίος κλείνεται σε κουτί με πολλές τρύπες και το όλο σύστημα βυθίζεται σε λουτρό λαδιού σταθερής θερμοκρασίας. Η κυκλοφορία του λαδιού μέσα στην αντίσταση βοηθά στην απαγωγή θερμότητας και στην αποφυγή της αλλαγής της τιμής της αντίστασης με την αύξηση της θερμοκρασίας.

Αντίσταση τύπου *Rosa*.

Αυτού του τύπου οι αντιστάσεις έχουν συνήθως τιμές από 10 Ω και μεγαλύτερες. Είναι κατασκευασμένες από σύρμα το οποίο τυλίγεται γύρω από ηλεκτρικά μονωμένο μεταλλικό κύλινδρο, ο οποίος στηρίζεται μέσα σε κουτί γεμάτο με λάδι. Ένας ομοαξονικός μικρότερος κύλινδρος στηρίζει την πιο πάνω κατασκευή και δημιουργεί μια υποδοχή για την εισαγωγή αισθητήρα θερμοκρασίας, με σκοπό τον έλεγχο της θερμοκρασίας της αντίστασης. Το λάδι δημιουργεί έναν αγωγό για την απαγωγή της θερμότητας. Αυτού του τύπου οι αντιστάσεις συνήθως χρησιμοποιούνται εμβαπτισμένες σε λουτρό λαδιού για μεγαλύτερη θερμοκρασιακή σταθερότητα.

Αντίσταση τύπου *ESI SR104*.

Αυτού του τύπου η αντίσταση κατασκευάστηκε αρχικά από την ESI (Electro Scientific Industries). Είναι ένα πρότυπο αντίστασης 10 k Ω , ευρέως διαδεδομένο, το οποίο δέν χρειάζεται λουτρό λαδιού και μπορεί να μεταφερθεί εκτός εργαστηρίου. Αυτού του τύπου η αντίσταση αποτελείται από 10 αντιστάσεις 1000 Ω συνδεδεμένων μονίμως σε σειρά, οι οποίες κατασκευάζονται από σύρμα *Evanohm*. Οι αντιστάσεις των 1000 Ω

επιλέγονται ανάλογα με τους θερμοκρασιακούς τους συντελεστές, έτσι ώστε ο θερμοκρασιακός συντελεστής της συνολικής αντίστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός. Επίσης, υπόκεινται σε ειδική θερμική επεξεργασία έτσι ώστε η τιμή της αντίστασης που προκύπτει να είναι ιδιαίτερα σταθερή.

Η μετρούμενη τιμή των προαναφερθέντων προτύπων αντιστάσεων μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την θερμοκρασία, πίεση και υγρασία. Επίσης μεταβάλλεται με την συχνότητα του ρεύματος, με την ισχύ που καταναλώνεται στην προς μέτρηση αντίσταση και με την τάση που εφαρμόζεται σε αυτή κατά την διάρκεια της μέτρησης. Τέλος, η μετρούμενη τιμή είναι δυνατόν να μεταβάλλεται με το χρόνο. Παράλληλα οι μετρήσεις μπορεί να επηρεάζονται από την θερμική υστέρηση, τα θερμοηλεκτρικά φαινόμενα, το θερμικό θόρυβο και τις αντιστάσεις διαρροής. Αντίστοιχα, η χημική σύνθεση του περιβάλλοντος μέσου, μπορεί να επηρεάσει το υλικό της αντίστασης, τη μόνωση και τις συνδέσεις.

4. Συνδεσμολογία και Σφάλματα στη Μέτρηση Αντίστασης

Οι αντιστάσεις με τιμές 1Ω μέχρι και $1M\Omega$ καλό είναι να διακριβώνονται με κατανάλωση ισχύος που δεν ξεπερνά τα $10mW$ και εμβαπτισμένες σε λουτρό λαδιού ελεγχόμενης θερμοκρασίας (συνήθως $25\text{ }^{\circ}C$), για καλύτερη θερμοκρασιακή σταθερότητα. Οι αντιστάσεις με τιμές μικρότερες από 1Ω μπορούν να μετρηθούν με κατανάλωση ισχύος που δεν ξεπερνά τα $100mW$ και εμβαπτισμένες σε λουτρό λαδιού με τις παραπάνω ιδιότητες. Αντιστάσεις με τιμές μεγαλύτερες του $1M\Omega$ ή αντιστάσεις που δεν είναι σχεδιασμένες για εμβάπτιση, μετρώνται στον αέρα και σε θερμοκρασία περίπου $23\text{ }^{\circ}C$ και σχετική υγρασία $<60\%$.

Από τον τύπο κατανάλωσης ισχύος $P=I^2R$, βρίσκουμε το ρεύμα που θα διαρρέει την αντίσταση κατά την διάρκεια της διακρίβωσης ($I = \sqrt{\frac{P}{R}}$). Στα τεχνικά χαρακτηριστικά του κατασκευαστή κάθε αντίστασης δίνεται το μέγιστο ρεύμα λειτουργίας καθώς και το μέγιστο ρεύμα που προξενεί στην αντίσταση μόνιμη βλάβη.

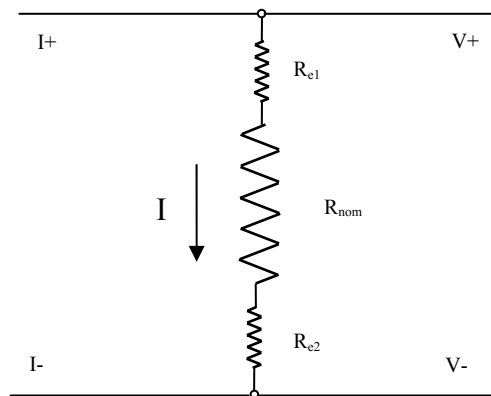
Προσοχή

Σε καμιά περίπτωση, δεν θα πρέπει να ξεπεραστούν οι τιμές αυτές, διαφορετικά η διακρίβωση είναι άκυρη ή, ακόμα χειρότερα, μπορεί να δημιουργηθεί μόνιμη βλάβη στην αντίσταση.

Ο πιο απλός τρόπος για να μετρηθεί μία αντίσταση, σύμφωνα με το νόμο του Ohm, είναι να τροφοδοτηθεί με ρεύμα (I) και να μετρηθεί η πτώση τάσης (V) πάνω της ($R = \frac{V}{I}$).

Υπάρχουν αντιστάσεις με δύο ακροδέκτες και αντιστάσεις με τέσσερις ακροδέκτες. Στις αντιστάσεις με τέσσερις ακροδέκτες, δύο χρησιμοποιούνται για την οδήγηση του ρεύματος και οι άλλοι δύο για την μέτρηση της πτώσης τάσης στα άκρα της αντίστασης. Στις αντιστάσεις με δύο ακροδέκτες, χρησιμοποιούνται και οι δύο ταυτόχρονα τόσο για την οδήγηση του ρεύματος όσο και για την μέτρηση της πτώσης τάσης, με αποτέλεσμα αυξημένα σφάλματα. Όταν ένα καλώδιο συνδέεται στον ακροδέκτη της αντίστασης δημιουργείται μία παρασιτική αντίσταση, η Αντίσταση Επαφής. Αυτή εξαρτάται από το πόσο καθαροί είναι οι ακροδέκτες καθώς και από την ποιότητα υλικών τόσο των καλωδίων όσο και των ακροδεκτών. Η τιμή της ποικίλει από μερικά mΩ μέχρι και Ω σε πολύ κακές συνδέσεις.

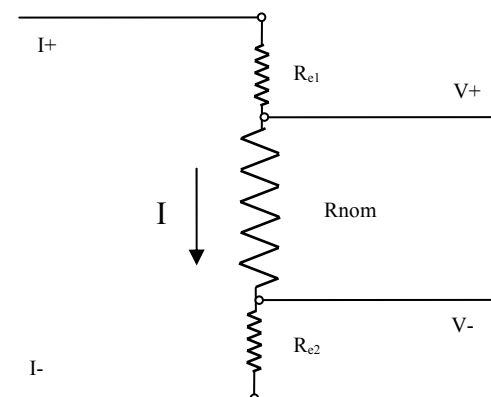
Έστω ότι μετριέται αντίσταση με ονομαστική τιμή 100Ω σε συνδεσμολογία δύο αγωγών όπως στο σχήμα..



R_{nom} είναι η πραγματική αντίσταση και R_{e1} και R_{e2} οι αντιστάσεις επαφής. Σύμφωνα με τα παραπάνω η αντίσταση που μετριέται είναι $R = \frac{V}{I} = \frac{I \cdot (R_{e1} + R_{nom} + R_{e2})}{I} = R_{e1} + R_{nom} + R_{e2}$.

Μία τυπική αντίσταση επαφής θα μπορούσε να είναι 10mΩ και το σφάλμα που εισάγεται στην μέτρηση της αντίστασης είναι $10\text{m}\Omega/100\Omega = 0,01\% = 100\text{ppm}$.

Έστω ότι μετριέται αντίσταση με ονομαστική τιμή 100Ω, σε συνδεσμολογία τεσσάρων αγωγών όπως στο σχήμα..



R_{nom} είναι η πραγματική αντίσταση και R_{e1} και R_{e2} οι αντιστάσεις επαφής. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η αντίσταση που μετριέται είναι $R = \frac{V}{I} = \frac{I \cdot R_{nom}}{I} = R_{nom}$.

Με αυτό το παράδειγμα φαίνονται καθαρά τα πλεονεκτήματα της συνδεσμολογίας τεσσάρων αγωγών. Αντιστάσεις με τιμές μέχρι 1ΜΩ θα πρέπει, όπου είναι δυνατόν, να μετρώνται σε συνδεσμολογία τεσσάρων αγωγών. Αντιστάσεις με τιμές 1ΜΩ και μεγαλύτερες, αρκεί να μετρώνται σε συνδεσμολογία δύο αγωγών γιατί το λάθος που εισάγεται είναι πολύ μικρό σε σύγκριση με την τιμή της αντίστασης.

Σε αντιστάσεις με μεγάλη τιμή, ίση ή μεγαλύτερη των 10ΜΩ, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στα καλώδια που θα χρησιμοποιηθούν. Η αντίσταση μόνωσης του καλωδίου αρχίζει να γίνεται συγκρίσιμη με την τιμή της προς μέτρηση αντίστασης. Έτσι αυτό που τελικά μετριέται είναι ο παράλληλος συνδυασμός της προς μέτρηση αντίστασης και της αντίστασης μόνωσης του καλωδίου με αποτέλεσμα την μέτρηση χαμηλότερης τιμής αντίστασης από ότι στην πραγματικότητα. Γι' αυτό το λόγο, πρέπει στις μετρήσεις να χρησιμοποιούνται καλώδια κατασκευασμένα από υλικά με καλές μονωτικές ιδιότητες, όπως τεφλόν. Επίσης οι αντιστάσεις με μεγάλες τιμές συχνά παρουσιάζουν εξάρτηση από την τάση. Η τιμή τους αλλάζει ανάλογα με την τάση στην οποία μετρούνται (τιμές τάσεων της τάξης 300, 500, 1000 V).

Μελέτες έχουν δείξει ότι η τιμή των αντιστάσεων μεταβάλλεται με τον ρόνο. Αυτή η μεταβολή είναι συνάρτηση πολλών παραγόντων όπως της βασική σχεδίασης της αντίστασης, του κράματος μετάλλου που χρησιμοποιείται, της θερμοκρασιακής ιστορίας της αντίστασης, της λεπτομερούς κατασκευής της, της μεταχείρισής της στο εργαστήριο και κατά την διάρκεια της μεταφοράς της. Κάθε εργαστήριο πρέπει να καθορίσει μόνο του τη σταθερότητα της αντίστασης με βάση το ιστορικό της από τα πιστοποιητικά διακρίβωσης.

Η τιμή κάθε αντίστασης αλλάζει με τη θερμοκρασία. Κάθε αντίσταση έχει ένα θερμοκρασιακό συντελεστή, που δείχνει τη μεταβολή στην τιμή της σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία της. Η συνάρτηση μεταβολής της τιμής με την θερμοκρασία μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση

$$R(t) = R'[1 + \alpha(t-t_r) + \beta(t-t_r)^2]$$

όπου $R(t)$ η τιμή της αντίστασης σε θερμοκρασία t , R' η τιμή της αντίστασης στη θερμοκρασία αναφοράς t_r , α η κλίση καμπύλης στη θερμοκρασία t_r και β η καμπυλότητα σε κάθε θερμοκρασία. Η θερμοκρασία αναφοράς είναι συνήθως 25 °C για αντιστάσεις εμβαπτισμένες σε λουτρό λαδιού και 23 °C για αντιστάσεις αέρος. Οι τιμές α και β δε μεταβάλλονται αξιοσημείωτα με τον χρόνο και αρκεί να καθοριστούν μία φορά. Συνήθως οι κατασκευαστές των αντιστάσεων παρέχουν την πληροφορία αυτή.

5. Χρήσιμη ορολογία

Αβεβαιότητα μέτρησης Uncertainty of Measurements	Η αβεβαιότητα μέτρησης u , καθορίζει το εύρος για μία μετρούμενη ποσότητα, μέσα στο οποίο θα εμπίπτει η «πραγματική» τιμή της μέτρησης, και η οποία υπολογίζεται με στατιστικές μεθόδους
Εμπιστοσύνη Confidence	Ο βαθμός βεβαιότητας ότι μια μέτρηση βρίσκεται εντός των στατιστικά προσδιοριζόμενων ορίων της. Συνήθως αυτά τα όρια προκύπτουν από την κατανομή πιθανότητας που σχετίζεται με την κανονική καμπύλη.
Διάστημα Εμπιστοσύνης Confidence Level	Το ποσοστό της καμπύλης κατανομής, της αβεβαιότητας
Ακρίβεια Accuracy	Ο βαθμός προσέγγισης μεταξύ της μετρούμενης τιμής και της πραγματικής ή ονομαστικής .
Αναγνωσιμότητα (διακριτότητα) Resolution	Η μικρότερη μεταβολή του μετρούμενου μεγέθους που μπορεί να αναγνώσει/εκτιμήσει κανείς στην κλίμακα ενός οργάνου.
Διακρίβωση Calibration or Aligment	Ένα σύνολο λειτουργιών, που πραγματοποιούνται σύμφωνα με μια καθορισμένη και τεκμηριωμένη διαδικασία η οποία συγκρίνει τις μετρήσεις που διεξάγονται με μια συσκευή με αυτές που διεξάγονται με μια συσκευή μεγαλύτερης ακρίβειας ή ένα πρότυπο, με σκοπό την ανίχνευση και περιγραφή ή την ελαχιστοποίηση με τη ρύθμιση, των σφαλμάτων που παρατηρούνται στη συσκευή που ελέγχεται. Ο προσδιορισμός της σχέσης μεταξύ της ένδειξης ενός οργάνου και της τιμής ενός καταλλήλου προτύπου. Γενικά κατά την διακρίβωση πιστοποιείται η απόκλιση της ένδειξης του οργάνου και η αβεβαιότητα που την συνοδεύει.
Έλεγχος και Επαλήθευση (Verification)	Το σύνολο των μετρολογικών δοκιμών που πραγματοποιούνται σύμφωνα με τις απαιτήσεις ελέγχου και η επακόλουθη σήμανση που πιστοποιεί ότι η συσκευή κατά την διάρκεια των δοκιμών συμμορφώνεται με τις απαιτήσεις αυτές.
Επαναληψιμότητα Repeatability	Ο βαθμός συμφωνίας μεταξύ ανεξάρτητων μετρήσεων μιας ποσότητας οι οποίες πραγματοποιούνται κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Η ικανότητα ενός οργάνου μέτρησης να παρουσιάζει αντίστοιχα αποτελέσματα κάτω από σταθερές συνθήκες για την ίδια μέτρηση. Γενικά η τυπική απόκλιση των αποτελεσμάτων μιας σειράς μετρήσεων χρησιμοποιείται ως μέτρο της επαναληψιμότητας.
Αναπαραξιμότητα/ Ικανότητα Αναπαραγωγής (Reproducibility)	Η ακρίβεια της συμφωνίας μεταξύ των μετρήσεων της ίδιας ποσότητας, οι οποίες διεξάγονται σε διαφορετικούς τόπους από διαφορετικό προσωπικό χρησιμοποιώντας την ίδια μέθοδο μέτρησης στις ίδιες περιβαλλοντικές συνθήκες.
Ιχνηλασιμότητα Traceability	Η ιδιότητα ενός αποτελέσματος μέτρησης, με την οποία αυτό σχετίζεται με κάποιο εθνικό ή διεθνές πρότυπο μέσω μιας αδιάσπαστης αλυσίδας τεκμηριωμένων διακριβώσεων.
Ρύθμιση Adjustment	Η επέμβαση στη συσκευή ώστε η απόκλιση μεταξύ της ένδειξης και της «πραγματικής» τιμής του μετρούμενου μεγέθους να ελαχιστοποιηθεί κατά το δυνατόν.

6. Προετοιμασία για την διακρίβωση Αντίστασης

Με βάση την περιγραφή της προς διακρίβωση αντίστασης και τα τεχνικά χαρακτηριστικά της (τιμή, ρεύμα λειτουργίας ή κατανάλωση ισχύος, θερμοκρασιακός συντελεστής, ακρίβεια όπως ορίζεται από τον κατασκευαστή) επιλέγεται η πρότυπη αντίσταση που θα χρησιμοποιηθεί για την διακρίβωση. Η πρότυπη αντίσταση που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να είναι διακριβωμένη, με γνωστή τιμή και αβεβαιότητα από το πιστοποιητικό της. Η αβεβαιότητά της πρέπει να είναι τουλάχιστο τρεις φορές μικρότερη από την επιθυμητή αβεβαιότητα διακρίβωσης της αντίστασης.

Πριν τη διακρίβωση πραγματοποιούνται οι εξής προκαταρκτικοί έλεγχοι:

- Έλεγχος του εγχειριδίου του κατασκευαστή για τα τεχνικά χαρακτηριστικά της αντίστασης, όπως τιμή, ρεύμα λειτουργίας ή κατανάλωση ισχύος, θερμοκρασιακός συντελεστής, ακρίβεια και πιθανές ειδικές διαδικασίες διακρίβωσης που καθορίζει ο κατασκευαστής.
- Έλεγχος των περιβαλλοντικών συνθηκών και ιδιαίτερα της θερμοκρασίας. Η ύπαρξη σταθερής θερμοκρασίας είναι σημαντικός παράγοντας, ιδιαίτερα για τις αντιστάσεις αέρος.
- Έλεγχος των ακροδεκτών προκειμένου να εξετασθεί η παρουσία σκόνης και υγρών σε αυτούς ώστε να καθαριστούν.
- Προσδιορισμός του ρεύματος με το οποίο θα γίνει η διακρίβωση είτε με βάση τα στοιχεία του κατασκευαστή είτε από την μέγιστη κατανάλωση ισχύος όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα. Επειδή το ίδιο ρεύμα θα διαρρέει τόσο την πρότυπη όσο και την προς διακρίβωση αντίσταση, πρέπει να ελεγχθεί εάν η τιμή του ρεύματος ικανοποιεί τα λειτουργικά χαρακτηριστικά και των δύο αντιστάσεων.
- Τέλος, η αντίσταση αφήνεται στον χώρο που θα γίνει η διακρίβωση τουλάχιστο για 24 ώρες για να επέλθει θερμοκρασιακή ισορροπία.

Η καταγραφή των ανωτέρω ελέγχων μπορεί να γίνει στο πρωτόκολλο διακρίβωσης με την μορφή παρατηρήσεων.

7. Διαδικασία διακρίβωσης της Αντίστασης

Η διαδικασία διακρίβωσης της αντίστασης περιλαμβάνει τη μέτρηση της πτώσης τάσης πάνω στην πρότυπη και στην υπό διακρίβωση αντίσταση. Για την υλοποίηση της μέτρησης χρειάζονται τα εξής:

1. Πηγή DC ρεύματος ή/και DC τάσης με πολύ καλή σταθερότητα.
2. Ψηφιακό πολύμετρο ή βολτόμετρο. Συνιστάται ένα τουλάχιστον 6½ ψηφίων για καλύτερη ακρίβεια στις μετρήσεις. Επίσης η αντίσταση εισόδου της μετρητικής

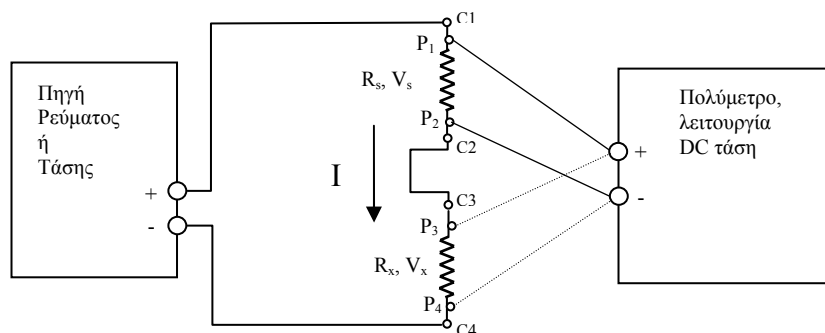
συσκευής μέχρι και την κλίμακα των 10V να είναι τουλάχιστο 10GΩ. Η υψηλή αντίσταση εισόδου παίζει σημαντικό ρόλο στις σωστές μετρήσεις.

3. Πρότυπη αντίσταση με τιμή περίπου την τιμή της προς μέτρηση αντίστασης. Όσο πιο πολύ διαφοροποιείται ο λόγος των δύο αυτών τιμών από την μονάδα, τόσο μεγαλύτερη αβεβαιότητα θα υπάρχει στον προσδιορισμό της τιμής της προς μέτρηση αντίστασης. Συνιστάται ο λόγος να μην υπερβαίνει την τιμή 10.
4. Καλώδιο. Προτείνονται τα καλώδια εταιριών που κατασκευάζουν μετρολογικό εξοπλισμό. Εάν δεν υπάρχουν τέτοια μπορούν να κατασκευαστούν από καλώδιο χαλκού καλής ποιότητας διατομής 2,5 mm² τουλάχιστον.

Προτείνεται, η προς διακρίβωση αντίσταση και η πρότυπη αντίσταση να παραμείνουν στο χώρο που θα γίνει η διακρίβωση τουλάχιστον 24 ώρες για να επέλθει θερμοκρασιακή ισορροπία. Ο χώρος πρέπει να έχει ελεγχόμενες περιβαλλοντικές συνθήκες (σε αντίθετη περίπτωση αυξάνεται η αβεβαιότητα προσδιορισμού της τιμής της προς μέτρηση αντίστασης).

Για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος στις μετρήσεις πρέπει η αντίσταση εισόδου της μετρητικής συσκευής να είναι πολύ υψηλή. Στα σύγχρονα ψηφιακά πολύμετρα, η αντίσταση εισόδου μέχρι και την κλίμακα των 10 (ή 20) Volt είναι 10GΩ. Οι μετρήσεις πρέπει να γίνονται σε αυτές τις κλίμακες. Επομένως, το ρεύμα που θα διαρρέει τις αντιστάσεις θα καθορίζεται από την πτώση τάσης πάνω στην κάθε αντίσταση και η οποία δε θα πρέπει να υπερβαίνει τα 10 (ή τα 19) Volt.

Η συνδεσμολογία που δίνεται στο παρακάτω σχήμα είναι κατ' εκτίμηση και μπορεί να αλλάξει ανάλογα με το συγκεκριμένο τύπο της συσκευής που χρησιμοποιείται (πχ συνδεσμολογία *GUARD*, *GROUND* κλπ.)



P_1, P_2, P_3, P_4 είναι οι ακροδέκτες τάσης και C_1, C_2, C_3, C_4 είναι οι ακροδέκτες ρεύματος. Στις αντιστάσεις δύο αγωγών τα P_i, C_i ($i=1 \dots 4$) είναι κοινά ακροδέκτες. Η πηγή και το πολύμετρο πρέπει να τεθούν σε λειτουργία και να προθερμανθούν για τουλάχιστο μία ώρα, εκτός αν ορίζει διαφορετικά ο κατασκευαστής. R_x είναι η προς διακρίβωση αντίσταση και R_s η πρότυπη.

Τα βασικά βήματα της διαδικασίας είναι τα εξής :

1. Προγραμματίζεται η πηγή να τροφοδοτήσει τη συνδεσμολογία με το ρεύμα που προσδιορίστηκε από τους υπολογισμούς. Η πηγή μπορεί να λειτουργεί είτε ως πηγή ρεύματος είτε ως πηγή τάσης.
2. Συνδέεται το πολύμετρο στα σημεία P1 και P2 και καταγράφεται η μέτρηση.
3. Συνδέεται το πολύμετρο στα σημεία P3 και P4 και καταγράφεται η μέτρηση.
4. Προσδιορίζεται η τιμή της υπό διακρίβωση αντίστασης $R_x = R_s \cdot (V_x/V_s)$.
5. Αντιμεταθέτονται τα καλώδια στην πηγή, δηλ. αυτό που ήταν συνδεδεμένο στο + συνδέεται στο - και το ανάποδο.
6. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 2 μέχρι και 4.
7. Επαναλαμβάνεται το βήμα 5.
8. Υπολογίζεται η τελική τιμή R_x της υπό διακρίβωση αντίστασης από τη μέση τιμή των δύο προηγούμενων υπολογισμών.

8. Υπολογισμός Αβεβαιοτήτων

Οι επιμέρους συνεισφορές, στην αβεβαιότητα, από τους διάφορους παράγοντες που επηρεάζουν τη μέτρηση είναι οι παρακάτω :

u_i : Η αβεβαιότητα που εισάγεται από την πηγή ρεύματος ή τάσης. Συνήθως χρησιμοποιούνται τα στοιχεία του κατασκευαστή της πηγής για σταθερότητα σε 24 ώρες.

u_{vs} : Η γραμμικότητα ή/και σταθερότητα του πολυμέτρου μέτρησης πτώσης τάσης στην αντίσταση αναφοράς.

u_{vx} : Η γραμμικότητα ή/και σταθερότητα του πολυμέτρου μέτρησης πτώσης τάσης στην προς μέτρηση αντίσταση.

u_{rstd} : Η αβεβαιότητα για την τιμή της αντίστασης αναφοράς, όπως προκύπτει από το πιστοποιητικό διακρίβωσης.

u_d : Η σταθερότητα της αντίστασης αναφοράς στο χρόνο. Η πληροφορία αυτή εξάγεται από το ιστορικό των πιστοποιητικών διακρίβωσής της.

u_{ts} : Η αβεβαιότητα που εισάγει η μεταβολή θερμοκρασίας κατά την διάρκεια της μέτρησης. Αυτή εκφράζεται με το γινόμενο του θερμοκρασιακού συντελεστή της αντίστασης αναφοράς επί τη μεταβολή της θερμοκρασίας.

u_{rs} : Η επαναληψιμότητα των μετρήσεων ή/και η διακριτότητα του πολυμέτρου για την πτώση τάσης στην αντίσταση αναφοράς.

u_{rx} : Η επαναληψιμότητα των μετρήσεων ή/και η διακριτότητα του πολυμέτρου για την πτώση τάσης στην προς μέτρηση αντίσταση.

u_{emfs} : Θερμοηλεκτρική τάση επαφής στη μέτρηση της πτώσης τάσης στην αντίσταση αναφοράς.

u_{emf} : Θερμοηλεκτρική τάση επαφής στην μέτρηση της πτώσης τάσης στην προς μέτρηση αντίσταση.

Για την εύρεση των συντελεστών ευαισθησίας πρέπει να υπολογιστούν οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης της $R_x = R_s \cdot (V_x/V_s)$, για κάθε όρο.

$$C_{vs} = C_{emfs} = C_{rs} = \frac{\partial R_x}{\partial V_s} = -R_s \frac{V_x}{V_s^2}$$

$$C_{vx} = C_{emfx} = C_{rx} = \frac{\partial R_x}{\partial V_x} = R_s \frac{1}{V_s}$$

$$C_{rstd} = C_d = C_{ts} = \frac{\partial R_x}{\partial R_s} = \frac{V_x}{V_s}$$

Είναι $R_x = R_s \cdot (V_x/V_s) = R_s \cdot (V_x/[R_s \cdot I]) = V_x/I$ και

$$C_I = \frac{\partial R_x}{\partial I} = -\frac{V_x}{I^2}$$

Οι συντελεστές ευαισθησίας χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των $u_i(y)$ από τη σχέση $u_i(y) = C_i \cdot U_i$, όπου U_i είναι η αβεβαιότητα που εισάγει ο κάθε όρος από αυτούς που αναφέρθηκαν παραπάνω, διαιρεμένος με το διαιρέτη της αντίστοιχης κατανομής δηλ. 2 για την κανονική και $\sqrt{3}$ για την ορθογωνική κατανομή.

Η συνδυασμένη αβεβαιότητα της μέτρησης της τιμής της αντίστασης εκφράζεται από την παρακάτω σχέση

$$u' = \sqrt{\sum u_i(y)^2}$$

Για τον υπολογισμό του συντελεστή κάλυψης k πρέπει να υπολογιστεί ο ενεργός βαθμός ελευθερίας της συνδυασμένης αβεβαιότητας (effective degree of freedom) από την σχέση

$$v_{eff} = \frac{u'^4}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i(y)^4}{v_i}}$$

Ο συντελεστή κάλυψης k υπολογίζεται από την κατανομή t-Student (βλ. παράρτημα Α σελ. 16) για το επιθυμητό διάστημα εμπιστοσύνης, που συνήθως είναι 95%. Εάν ο δραστηκός βαθμός ελευθερίας v_{eff} δεν είναι ακέραιος αριθμός τότε γίνεται παρεμβολή ή αποκοπή στον αμέσως μικρότερο ακέραιο.

Η τελική αβεβαιότητα που δίνεται είναι η διευρυμένη η οποία υπολογίζεται από τον τύπο $u_c = u' \cdot k$.

9. Αποτέλεσμα της διακρίβωσης

Το αποτέλεσμα της διακρίβωσης δίνεται ως το αποτέλεσμα της μέτρησης μαζί με την εκτίμηση της αβεβαιότητας μέτρησης p_x .

$$\mathbf{R=10,000\ 043\ k\Omega \pm 60\ m\Omega}$$

10. Παράδειγμα υπολογισμού αβεβαιότητας

Θα διακριβωθεί αντίσταση ονομαστικής τιμής 10kΩ με βάση πρότυπη αντίσταση αναφοράς με τιμή 10,000 038 kΩ. Για κατανάλωση ισχύος 10mW το ρεύμα υπολογίζεται ότι είναι 1mA. Καταγράφονται 5 τιμές της πτώσης τάσης πάνω στην πρότυπη αντίσταση αναφοράς και 5 τιμές της πτώσης τάσης πάνω στην προς μέτρηση αντίσταση, με θετική και και άλλες τόσες με αρνητική φορά ρεύματος.

V _s	V _x	V _s	V _x
10,000 005	10,000 009	-10,000 004	-10,000 010
10,000 012	10,000 016	-10,000 011	-10,000 017
10,000 008	10,000 012	-10,000 007	-10,000 013
10,000 006	10,000 010	-10,000 005	-10,000 011
10,000 010	10,000 014	-10,000 009	-10,000 015

Οι μέσοι όροι είναι $V_s=10,000\ 007\ 7$ και $V_x=10,000\ 012\ 7$ (στον υπολογισμό λαμβάνεται υπόψη η απόλυτη τιμή της κάθε μέτρησης). Οι τυπικές αποκλίσεις είναι $\sigma_{D_s}=2,75\mu\text{V}$ και $\sigma_{D_x}=2,75\mu\text{V}$ και η τυπική αβεβαιότητα της μέσης τιμής είναι $2,75/\sqrt{10}=0,87\ \mu\text{V}$ και $2,75/\sqrt{10}=0,87\ \mu\text{V}$ αντίστοιχα. Η τιμή της προς μέτρηση αντίστασης υπολογίζεται $10,000038*(10,0000127/10,0000077) = 10,000\ 043\ \text{k}\Omega$.

Ο υπολογισμός αβεβαιοτήτων γίνεται με βάση τον παρακάτω πίνακα.

Τύπος	Πηγή Αβεβαιότητας	Τιμή Αβεβαιότητας	Κατανομή Πιθανότητας	Διαιρέτης	Συντελεστής Ευαισθησίας C _i	Συνεισφορά u _i (y)	Βαθμοί ελευθερίας	
U _s	Σταθερότητα της πηγής	0,0035 μA	Κανονική	2	1*10 ⁷ V/A ²	1,75E-02 Ω	∞	
U _{vs}	Πολύμετρο	5 μV	Κανονική	2	1000 Ω/V	2,5E-03 Ω	∞	
U _{vx}	Πολύμετρο	5 μV	Κανονική	2	1000 Ω/V	2,5E-03 Ω	∞	
U _{rstd}	Τιμή αντίστασης αναφοράς	30 mΩ	Κανονική	2	1	1,5E-02 Ω	∞	
U _d	Σταθερότητα στο χρόνο	30 mΩ	Ορθογωνική	1,73	1	1,732E-02 Ω	∞	
U _{ts}	Μεταβολή θερμοκρασίας	10 mΩ	Ορθογωνική	1,73	1	5,774E-03 Ω	∞	
U _{rs}	Επαναληψιμότητα	0,87 μV	Κανονική	1	1000 Ω/V	8,7E-04 Ω	9=(10-1)	
U _{rx}	Επαναληψιμότητα	0,87 μV	Κανονική	1	1000 Ω/V	8,7E-04 Ω	9=(10-1)	
U _{emfs}	Θερμοηλεκτρική τάση	0,1 μV	Ορθογωνική	1,73	1000 Ω/V	5,774E-05 Ω	∞	
U _{emfx}	Θερμοηλεκτρική τάση	0,1 μV	Ορθογωνική	1,73	1000 Ω/V	5,774E-05 Ω	∞	
	Συνδυασμένη αβεβαιότητα	u _c					29,628 mΩ	>500
	Διευρυμένη αβεβαιότητα	Για v _{eff} > 500 είναι k=2, U _{exp} =2*u _c					59,257 mΩ	

Το αποτέλεσμα της διακρίβωσης θα είναι

$$\mathbf{R_x = 10,000\ 043\ \text{k}\Omega \pm 60\ \text{m}\Omega\ (6\ \text{ppm})}$$

(στρογγυλοποίηση προς τα πάνω του αποτελέσματος της αβεβαιότητας)

11. Σχετική Βιβλιογραφία

1. Fluke, "Calibration. Philosophy in Practise", Fluke Corporation. ISBN 0-9638650-0-5.
2. NIST technical note 1298, "Measurement service for DC standard Resistor".
3. NIST technical note 1297, "Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results".
4. EA-4/02, "Expressions of the Uncertainty of Measurements in Calibration" April 1997
5. NPL, "A guide to measuring resistance and impedance below 1MHz", 1999. ISBN 0-904457-31.1
6. ISO, "Guide to the expression of Uncertainty in Measurement". ISBN 92-67-10188-9.
7. PTB, "The Quantum Hall Effect".
8. SINGAPORE INSTITUTE OF STANDARDS AND INDUSTRIAL RESEARCH, "Guidelines on the Evaluation and Expression of the Measurement Uncertainty"

12. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Οι τιμές $t_p(v)$ της κατανομής t για βαθμούς ελευθερίας v και διάστημα εμπιστοσύνης p .

Βαθμοί ελευθερίας v	διάστημα εμπιστοσύνης p					
	68.27	90	95	95.45	99	99.73
1	1.84	6.31	12.71	13.97	63.66	235.80
2	1.32	2.92	4.30	4.53	9.92	19.21
3	1.20	2.35	3.18	3.31	5.84	9.22
4	1.14	2.13	2.78	2.87	4.60	6.62
5	1.11	2.02	2.57	2.65	4.03	5.51
6	1.09	1.94	2.45	2.52	3.71	4.90
7	1.08	1.89	2.36	2.43	3.50	4.53
8	1.07	1.86	2.31	2.37	3.36	4.28
9	1.06	1.83	2.26	2.32	3.25	4.09
10	1.05	1.81	2.23	2.28	3.17	3.96
11	1.05	1.80	2.20	2.25	3.11	3.85
12	1.04	1.78	2.18	2.23	3.05	3.76
13	1.04	1.77	2.16	2.21	3.01	3.69
14	1.04	1.76	2.14	2.20	2.98	3.64
15	1.03	1.75	2.13	2.18	2.95	3.59
16	1.03	1.75	2.12	2.17	2.92	3.54
17	1.03	1.74	2.11	2.16	2.90	3.51
18	1.03	1.73	2.10	2.15	2.88	3.48
19	1.03	1.73	2.09	2.14	2.86	3.45
20	1.03	1.72	2.09	2.13	2.85	3.42
25	1.02	1.71	2.06	2.11	2.79	3.33
30	1.02	1.70	2.04	2.09	2.75	3.27
35	1.01	1.70	2.03	2.07	2.72	3.23
40	1.01	1.68	2.02	2.06	2.70	3.20
45	1.01	1.68	2.01	2.06	2.69	3.18
50	1.01	1.68	2.01	2.05	2.68	3.16
100	1.005	1.660	1.984	2.025	2.626	3.077
∞	1.000	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

13. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Κβαντικό Φαινόμενο Hall (QHE)

Το Πρωτεύον Πρότυπο της Αντίστασης βασίζεται στο Κβαντικό Φαινόμενο Hall (QHE).

Το Κλασικό Φαινόμενο Hall (ΦΗ) πρωτοανακαλύφθηκε το 1879 στην Βαλτιμόρη, όταν ο Edwin Herbert Hall έθεσε ένα φύλλο χρυσού, το οποίο διαπερνούσε ηλεκτρικό ρεύμα, μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Παρατήρησε τότε την ανάπτυξη ηλεκτρικής τάσης κάθετα στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Η τάση αυτή ονομάστηκε τάση Hall.

Η εξήγηση του ΦΗ βασίζεται στην θεωρία που καλύπτει την ηλεκτρική αγωγιμότητα ενός αερίου ελευθέρων ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια κατά την κίνησή τους μέσα σε έναν αγωγό διανύουν μια μέση ελεύθερη διαδρομή πριν σκεδαστούν. Η εξήγηση του ΦΗ έγκειται στην επίδραση της δύναμης Lorentz η οποία αναγκάζει τα ηλεκτρόνια να εκτραπούν στη μια πλευρά του αγωγού, δημιουργώντας έτσι το πεδίο Hall. Η ισορροπία επέρχεται όταν η δύναμη αυτού του πεδίου Hall εξισορροπεί τη δύναμη Lorentz (Σχήμα 1). Κάτω από αυτές τις συνθήκες η τάση Hall U_H , η οποία είναι κάθετη τόσο στο ρεύμα I όσο και στην μαγνητική επαγωγή B δίνεται από την σχέση:

$$U_H = \frac{1}{ne} \frac{1}{d} IB \quad (1)$$

Όπου: n_e είναι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων

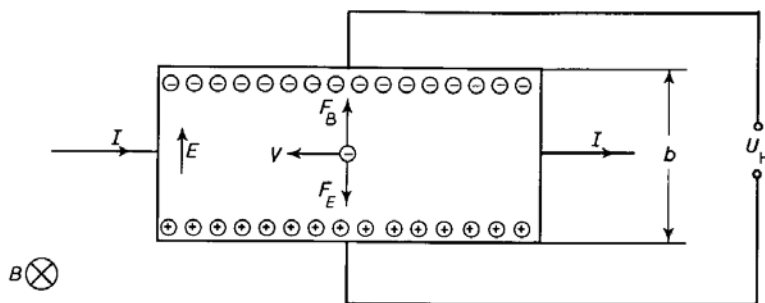
e είναι το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου

d είναι το πάχος του δείγματος στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.

Η μέτρηση του συντελεστή Hall A_H :

$$A_H = \frac{1}{ne} \quad (2)$$

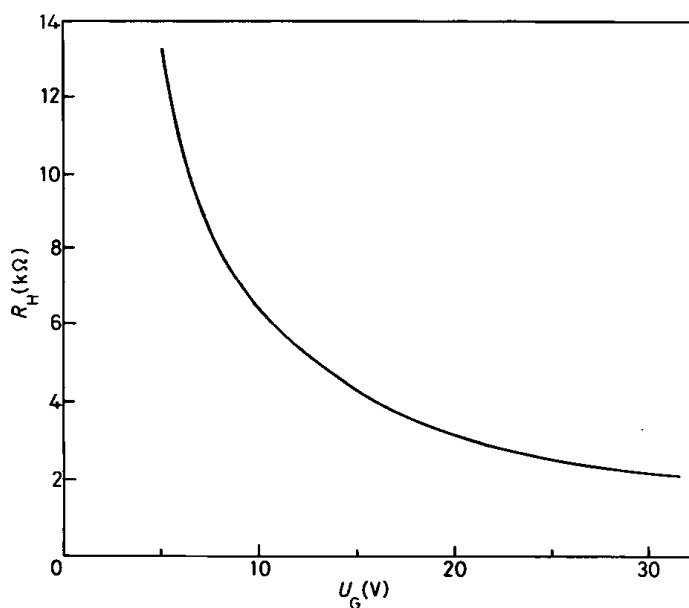
βοήθησε σημαντικά στην αναπτυσσόμενη παραγωγή ημιαγωγών, καθώς από αυτήν προκύπτει το πρόσημο των φορέων (ηλεκτρόνια ή οπές) και η πυκνότητά τους, και, σε συνδυασμό με τη μετρούμενη αγωγιμότητα σ , η ευκινησία Hall $\mu_H = \sigma A_H$.



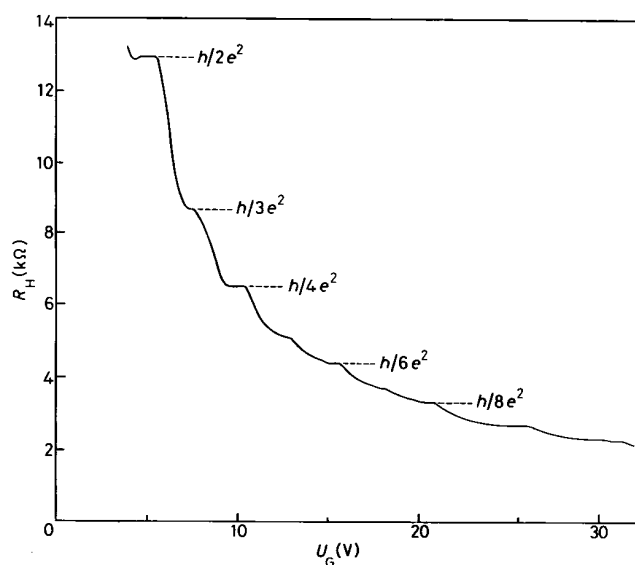
Σχήμα 1. v ταχύτητα ηλεκτρονίων, F_B δύναμη Lorentz, F_E δύναμη που ασκείται από το ηλεκτρικό πεδίο Hall E , στα ηλεκτρόνια, I ηλεκτρικό ρεύμα, U_H τάση Hall, B Μαγνητική επαγωγή.

Η ανακάλυψη του Κβαντικού Φαινομένου Hall.

Στο τέλος της δεκαετίας του '70 ο Klaus von Klitzing μελέτησε το ΦΗ σε MOSFET's (Metal Oxide Semiconductor Field-Effect Transistor) πυριτίου, χρησιμοποιώντας υψηλό στάσιμο μαγνητικό πεδίο και μετρώντας την αντίσταση Hall $R_H = B/n_e e$ σαν συνάρτηση της τάσης πύλης U_G . Καθώς ο αριθμός των φορέων αυξάνεται με την αύξηση της τάσης U_G , ο von Klitzing ανέμενε η καμπύλη εξάρτησης του R_H από το U_G να δίνεται από τη μορφή του σχήματος 2. Η πειραματικά παρατηρούμενη καμπύλη, όμως, έμοιαζε μεν με αυτήν του σχήματος 2, αλλά, στα χρησιμοποιούμενα υψηλά μαγνητικά πεδία (18T) σε συνδυασμό με τις χαμηλές θερμοκρασίες πραγματοποίησης του πειράματος ($T=1,5$ K) παρουσίαζε την βηματική μορφή του σχήματος 3, με τα πιο σταθερά βήματα να αντιστοιχούν στις τιμές R_H 12906 Ω και 6453 Ω . Οι ίδιες τιμές μετρώνται και σε διαφορετικά δείγματα με διαφορετικά σχήματα. Ο von Klitzing με υπολογισμούς που έκανε απέδειξε ότι οι τιμές του R_H που αντιστοιχούν στα βήματα είναι ακέραια πολλαπλάσια της σταθεράς h/e^2 , όπου h είναι η σταθερά του Planck και e το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου. Το εντυπωσιακό στο Κβαντικό Φαινόμενο Hall είναι ότι είναι ανεξάρτητο της γεωμετρίας, του δείγματος σε πλήρη αντίθεση με το κλασικό φαινόμενο Hall.



Σχήμα 2. Καμπύλη εξάρτησης του R_H από το U_G



Σχήμα 3.

Οι συνέπειες της ανακάλυψης του Κβαντικού Φαινομένου Hall στην Μετρολογία.

Όταν ο von Klitzing παρουσίασε τα αποτελέσματά του το καλοκαίρι του 1980, η κατάσταση σε σχέση με τις ηλεκτρικές μονάδες ήταν η ακόλουθη:

- 1) Η βασική ηλεκτρική μονάδα είναι το Ampere. Ο ορισμός του Ampere περιλαμβάνει τον ορισμό της μαγνητικής διαπερατότητας του κενού $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Ωs/m}$. Η υλοποίηση του Ampere το 1980 ήταν δυνατή με αβεβαιότητα της τάξης του $6 \cdot 10^{-6}$ μόνον.
- 2) Το Volt είναι παράγωγη μονάδα. Ο ορισμός του σαν συνάρτηση των βασικών μονάδων δίνεται από τη σχέση:

$$1 \text{ V} = 1 \text{ W/A} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-1} \quad (4)$$

Η υλοποίησή του, η οποία εξαρτιόταν από το Ampere, ήταν επίσης δυνατή με αβεβαιότητα της τάξης του $6 \cdot 10^{-6}$ μόνον.

Παρόλα αυτά ήταν δυνατόν να αναπαραχθεί μια συγκεκριμένη τιμή τάσης που δημιουργείται με την επαφή Josephson, με σχετική αβεβαιότητα της τάξης του 10^{-8} . Αυτή η τάση U_J δίνεται από την σχέση:

$$U_J = \frac{h}{2e} f \quad (4)$$

όπου f είναι η συχνότητα που εφαρμόζεται στην επαφή Josephson. Αυτή η τιμή του Volt, που βασίζεται στο φαινόμενο Josephson και αντιστοιχεί σε συχνότητα $f = 483 \text{ 594 GHz}$, δεν συμφωνούσε με το Volt του SI (Διεθνές Σύστημα Μονάδων). Όμως η δυνατότητα της αναπαραγωγής αυτής της

τάσης με μια αβεβαιότητα δύο τάξεων μεγέθους μικρότερη από αυτήν που αντιστοιχούσε στη σωστή SI μονάδα, δικαιολόγησε την υιοθέτησή της από τη διεθνή κοινότητα.

3) Το Ohm είναι επίσης μια παράγωγη μονάδα:

$$1 \Omega = 1V / A = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2} \quad (5)$$

Η υλοποίησή της, όμως, ήταν δυνατή με αβεβαιότητα χαμηλότερη από αυτήν του Ampere, και αυτό γιατί βασίζεται στην τιμή της διηλεκτρικής σταθεράς του κενού. Οι Thompson και Lampard είχαν αποδείξει ότι μπορεί να κατασκευαστεί ένας πυκνωτής με χωρητικότητα C η οποία εξαρτάται μόνο από ένα μήκος l :

$$C = \frac{\epsilon_0 \ln 2}{\pi} l \quad (6)$$

όπου ϵ_0 η διηλεκτρική σταθερά του κενού.

Για μια συγκεκριμένη συχνότητα ω προκύπτει μια σύνθετη αντίσταση $1/\omega C$. Ένα δεκαδικό κλάσμα αυτής της σύνθετης αντίστασης μπορεί να συγκριθεί με μια DC αντίσταση. Κλιμακώνοντας αυτήν την αντίσταση με μια σειρά αντιστάσεων προκύπτει τελικά η υλοποίηση του Ohm. Αυτή η πολύπλοκη μέθοδος οδήγησε το 1980 στην υλοποίηση του Ohm με μια αβεβαιότητα της τάξης του 10^{-7} .

Αυτή ήταν η κατάσταση, όταν ο von Klitzing έδειξε ότι, αντίστοιχα με το φαινόμενο Josephson, υπάρχει ένα κβαντικό φαινόμενο που επιτρέπει την αναπαραγωγή συγκεκριμένων και διακριτών τιμών αντίστασης, ανεξαρτήτως του τόπου και του χρόνου.

Στα χρόνια που ακολούθησαν έγιναν πολλές προσπάθειες και συζητήσεις για τον ακριβή προσδιορισμό της τιμής της σταθεράς h/e^2 , η οποία ονομάστηκε σταθερά von Klitzing, R_K . Τον Ιανουάριο του 1990 τα αποτελέσματα των μετρήσεων της σταθεράς αυτής, σε μονάδες SI, συνδυάστηκαν με άλλες φυσικές μετρήσεις του λόγου h/e^2 με αποτέλεσμα μια κοινά αποδεκτή τιμή για την R_K , την $R_{K-90} = 25.812,807 \Omega$. Οι κβαντικές τιμές της αντίστασης που προκύπτουν από το Κβαντικό Φαινόμενο Hall δίνονται, τελικά, από την εξίσωση:

$$R_H(i) = R_{K-90} / i \quad (7)$$

όπου i είναι ένας ακέραιος