Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ
ΕΚΤΙΜΗΣΗ – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ - ΕΚΦΡΑΣΗ

Γ. Ναβροζίδης, Χ. Μήτσας, Ε. Φλουδά, Μ. Αναγνώστου, Φ. Στρέλε

ΕΝΗΜΕΡΩΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΕΙΜ-01
ΘΕΣ/ΝΙΚΗ, ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 1999

Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας, Βιομηχανική Περιοχή Θεσ/νίκης, Οικ. Τετ. 18, Κτήριο 41, Σίνδος 57022 Θεσ/νίκη
Τηλ. :+30 31 795 330, FAX: +30 31 795 323, email: mail@eim.org.gr

Ελληνικό
Ινστιτούτο
Μετρολογίας

Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ
ΕΚΤΙΜΗΣΗ – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΕΚΦΡΑΣΗ

Γ. Ναβροζίδης, Χ. Μήτσας, Ε. Φλουδά, Μ. Αναγνώστου, Φ. Στρέλε

ΕΝΗΜΕΡΩΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΕΙΜ-01
ΘΕΣ/ΝΙΚΗ, ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 1999

Η Αβεβαιότητα Μετρήσεων

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄

Διακρίβωση μιας Ηλεκτρικής Αντίστασης 10 kΩ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ΄

Διακρίβωση Προτύπου Βάρους 1 kg

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ΄

Διακρίβωση Σετ Πλακιδίων Μήκους 0,5 mm – 100 mm

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε΄

Διάγραμμα Ροής για τον Υπολογισμό της Αβεβαιότητας

1. Εισαγωγή

1. 1 Μετρήσεις

Η διαδικασία των μετρήσεων είναι τόσο παλαιά όσο και η ανθρώπινη ύπαρξη. Οι απαιτήσεις όμως που αφορούν την ακρίβεια και τις δυνατότητες αυξήθηκαν και αυξάνονται συνεχώς , παράλληλα με την εξέλιξη της τεχνολογίας και τις απαιτήσεις στην ποιότητα της ζωής μας.

Οι μετρήσεις που γίνονται καθημερινά δεν αποτελούν μόνο το μέσο προαγωγής της επιστημονικής έρευνας και των τεχνολογικών κατακτήσεων, αλλά επηρεάζουν βαθύτατα τη ζωή του κάθε ανθρώπου. Φανερά παραδείγματα είναι οι εμπορικές συναλλαγές, η εξασφάλιση της ποιότητας προϊόντων, η εκμετάλλευση φυσικών πόρων, η δημόσια υγεία, η Εθνική Άμυνα, κ.λ.π.

Οι μετρήσεις της καθημερινής ζωής θεωρούνται δεδομένες και συνήθως δεν αμφισβητεί κανείς την αξιοπιστία τους. Π.χ. οι ζυγοί της αγοράς τροφίμων, οι μετρητές στο βενζινάδικο, οι μετρητές του ηλεκτρικού ρεύματος, το πιεσόμετρο αίματος και πολλά άλλα όργανα μέτρησης θεωρούνται ελεγχόμενα όργανα ακρίβειας.

Στην πραγματικότητα όμως, δεν υπάρχουν μετρήσεις που δεν περιλαμβάνουν έστω και ένα μικρό σφάλμα. Σφάλματα και αποκλίσεις μετρήσεων πάντα συνοδεύουν τις μετρήσεις, δεδομένου ότι ποτέ δεν είναι δυνατόν να υπάρχει πλήρης ταύτιση τόσο μεταξύ δύο ίδιων μετρήσεων, όσο και ανάμεσα στη μετρούμενη τιμή και στην πραγματική τιμή ενός μεγέθους. Το ερώτημα επομένως είναι, κατά πόσο τα σφάλματα επηρεάζουν τη λειτουργία και την ποιότητα ενός προϊόντος. Κατά συνέπεια, εδώ υπεισέρχεται η έννοια της μετρολογίας και της διακρίβωσης, η εφαρμογή της οποίας αφορά στον έλεγχο της αξιοπιστίας ή της ακρίβειας των μετρήσεων. Πρακτικά, ο έλεγχος της αξιοπιστίας ενός οργάνου μέτρησης μπορεί να γίνει από ένα άλλο όργανο (πρότυπο ή διακριβωτή) μεγαλύτερης ακρίβειας αλλά και πιστοποιημένης (δηλ. με γνωστό βαθμό σφάλματος ή απόκλισης μέτρησης). Σύγκριση των μετρήσεων ανάμεσα στο υπό έλεγχο μετρητικό όργανο και στο πρότυπο/διακριβωτή, αποκαλύπτει την απόκλιση μετρήσεων του πρώτου. Τα αποτελέσματα που δείχνουν τις αποκλίσεις μέτρησης του οργάνου μέτρησης, σε σύγκριση με τις απαιτήσεις ακρίβειας μέτρησης που επιβάλλονται από την εφαρμογή του οργάνου μέτρησης για την οποία προορίζεται, καταδεικνύουν κατά πόσο το εν λόγω όργανο είναι αξιόπιστο.Αν, για παράδειγμα, μια εφαρμογή επιβάλλει (προδιαγράφει) ακρίβεια μετρήσεων μάζας 1g γύρω από την ονομαστική τιμή μέτρησης (δηλ. στο εύρος –1g + τιμή, τιμή + 1 g), μια απόκλιση μικρότερη από 1 g (π.χ. 0,1 g) είναι αποδεκτή.

Αντίστοιχα, στο παράδειγμα αυτό μπορεί ο ζυγός που ελέγχεται να έχει διακριτική ικανότητα (resolution) μικρότερη από την απαιτούμενη ακρίβεια (π.χ. διακριτική ικανότητα 0,1 g έναντι 1 g απαιτούμενης από την εφαρμογή/διεργασία ακρίβειας). Στην περίπτωση αυτή, αν η απόκλιση των μετρήσεων είναι π.χ. 0,8 g, είναι μεν σημαντική, αλλά μέσα στα όρια αποδοχής βάσει της απαίτησης που επιβάλλει η ίδια η διεργασία και εφαρμογή του οργάνου.

1.2 Μετρήσεις στην Βιομηχανική Παραγωγή

Οι μετρήσεις στη βιομηχανία υπεισέρχονται σε διάφορες δραστηριότητες της λειτουργίας της.

Στον έλεγχο των διαδικασιών παραγωγής, κατά τον οποίο τιμές παραμέτρων των διεργασιών καταγράφονται, ελέγχονται και ρυθμίζονται, ώστε η διακύμανση τους να είναι μέσα σε αποδεκτά και προκαθορισμένα όρια προκειμένου να εξασφαλίζεται η βέλτιστη λειτουργία της διεργασίας. Οι μετρήσεις αυτές γίνονται με όργανα μέτρησης που είναι εγκατεστημένα στη διαδικασία (π.χ. όργανα μέτρησης πίεσης, θερμοκρασίας, μάζας, διαστάσεων, ηλεκτρικής έντασης και τάσης, ισχύος, κλπ.). Οι μετρήσεις μπορεί να είναι ασυνεχείς ή συνεχείς. Επίσης, η καταγραφή τους και η επεξεργασία τους μπορεί να γίνεται συνεχώς και αυτόματα μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών. Επιπλέον, βάσει των αποτελεσμάτων των μετρήσεων μπορεί να δίνονται κατάλληλες εντολές σε όργανα ρύθμισης για τις κατάλληλες επεμβάσεις στη διαδικασία. Κατά συνέπεια, οι μετρήσεις στις διαδικασίες μπορεί να είναι μέρος ενός συστήματος ελέγχου της διαδικασίας, όπως επίσης μπορεί να είναι περιστασιακές.

1.3 Μετρήσεις και Ποιότητα

Στο έλεγχο της ποιότητας οι μετρήσεις υπεισέρχονται σε δοκιμές και ελέγχους που γίνονται προκειμένου να διαπιστωθεί κατά πόσο ένα υλικό ή προϊόν ικανοποιεί τις απαιτήσεις ή προδιαγραφές ενός προτύπου, σύμφωνα με τις οποίες παράγεται και ελέγχεται. Οι μετρήσεις αυτές μπορεί να γίνονται τόσο κατά την διάρκεια της διαδικασίας (δηλ. on-line) όσο και στο εργαστήριο. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων κρίνουν κατά πόσο ένα προϊόν είναι κατάλληλο για αποδέσμευση και διάθεση στον καταναλωτή, ο οποίος είναι ο τελικός αποδέκτης αλλά και ο κριτής της ποιότητας.

Είναι σαφές ότι λανθασμένες μετρήσεις μπορεί να έχουν σοβαρές επιπτώσεις, οι οποίες συνοψίζονται στα εξής:

a) Σφάλματα σε μετρήσεις κατά τον έλεγχο των διεργασιών μπορεί να επιφέρουν αύξηση του κόστους παραγωγής λόγω απόκλισης των παραμέτρων λειτουργίας από τις βέλτιστες συνθήκες/τιμές. Η αύξηση του κόστους μπορεί να είναι συνέπεια αύξησης κατανάλωσης υλικών, ενέργειας, μεγάλων νεκρών χρόνων (λόγω βλαβών, μεγάλων χρόνων αναμονής, ανεπαρκούς ρύθμισης, κλπ.).
b) Σφάλματα μετρήσεων σε ελέγχους ποιότητας υλικών και προϊόντων μπορεί να επιφέρουν υποβάθμιση της ποιότητας των προϊόντων που διατίθενται στον τελικό καταναλωτή και κατά συνέπεια υψηλό κόστος αποκατάστασης τυχόν προβλημάτων ή ακόμη και υποβάθμιση της ανταγωνιστικής θέσης της επιχείρησης στην αγορά.

2. Ο Ρόλος της Μετρολογίας

Η έννοια των μετρήσεων στο πλαίσιο της μετρολογίας έχει την αρχή ότι ένα μέγεθος δεν μπορεί ποτέ να μετρηθεί με αποτέλεσμα την «αληθινή τιμή» του. Μόνο στο πλαίσιο κάποιων συμβάσεων υπάρχει μια «αληθινή τιμή», και τότε είναι δυνατόν να προσδιορισθεί η διαφορά με την μετρούμενη τιμή που εκφράζει το σφάλμα/την ακρίβεια της μέτρησης. Επομένως, η μετρολογία υλοποιεί τις μονάδες με σκοπό την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων μέτρησης.

2.1 Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων SI

Στην 11^{η} Γενική Συνέλευση Μέτρων και Σταθμών το 1960 συμφωνήθηκε το Διεθνές Σύστημα Μονάδων SI (Systeme International d’Unites). Με την υπογραφή της σύμβασης από την Ελλάδα τον Οκτώβριο του 1999 ισχύει αυτή η σύμβαση με όλες της νομικές συνέπειες και στην Ελλάδα.. Η παγκόσμια αναγνώριση του συστήματος SI έχει σκοπό την τυποποίηση της χρήσης των μονάδων, ώστε να αποφευχθεί το χάος των μονάδων που επικρατούσε επί αιώνες στο παρελθόν. Είναι προφανές ότι ένα ενιαίο συμβατό σύστημα μονάδων μέτρησης είναι πιο αποτελεσματικό για την διεθνή κοινότητα και διευκολύνει τις εμπορικές και επιστημονικές συναλλαγές με τη μέγιστη αποτελεσματικότητα στον διεθνή χώρο. Οι μετρήσεις βάσει αυτού του συστήματος είναι πλέον άμεσα συγκρίσιμες και θα έχουν μια κοινή αναγνώριση.

Το σύστημα SI ξεχωρίζει τις μονάδες σε δύο τάξεις:

τις βασικές και τις παράγωγες μονάδες.

Ως βασικές μονάδες ορίστηκαν οι παρακάτω επτά μονάδες:

- το Μέτρο (m) - μονάδα του μήκους
- το Χιλιόγραμμο (kg) - μονάδα της μάζας
- το Δευτερόλεπτο (s) - μονάδα του χρόνου
- το Αμπέρ (A) - μονάδα της έντασης ηλεκτρικού ρεύματος
- το Κέλβιν (K) - μονάδα της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας
- το Μολ (mol) - μονάδα της ποσότητας ουσίας
- το Καντέλα (cd) - μονάδα της έντασης του φωτός

Οι παράγωγες μονάδες αποτελούν αλγεβρικούς συνδυασμούς των βασικών μονάδων και μπορούν να έχουν ειδικά ονόματα και σύμβολα όπως π.χ. η μονάδα της πίεσης Pa = Nm^{-2} (Pascal = Newton / square meter). Όλες οι μονάδες του συστήματος SI είναι συμβατές και μετατρέπονται η μία στην άλλη με τους κανόνες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης αποκλειστικά με τον αριθμητικό συντελεστή 1.

Το Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας (ΕΙΜ), ως ανώτατος φορέας μετρολογίας του κράτους, είναι υπεύθυνο για την υλοποίηση και τη διάδοση των μονάδων μέτρησης στην Ελλάδα. Κατά συνέπεια, το ΕΙΜ υλοποιεί τα εθνικά πρότυπα των μονάδων σύμφωνα με τον ορισμό τους και με τη μικρότερη δυνατή αβεβαιότητα μετρήσεων.

Ο ορισμός των βασικών μονάδων σύμφωνα με την $11^{η}$ Γενική Συνέλευση των Μέτρων και Σταθμών δίνεται παρακάτω:

- **Μήκος**

  <u>Μέτρο (m)</u> - Το μέτρο είναι το μήκος της διαδρομής του φωτός στο κενό σε χρόνο 1/299 792 458 s.

- **Μάζα**

  <u>Χιλιόγραμμο (kg)</u> **-** Το χιλιόγραμμο είναι η μονάδα μάζας και είναι ίσο με την μάζα την οποία έχει το Διεθνές Πρότυπο 1 kg.

- **Χρόνος**

  Δευτερόλεπτο (s) - Το Δευτερόλεπτο είναι η διάρκεια των 9 192 631 770 περιόδων της ακτινοβολίας που αντιστοιχεί στην μετάπτωση ανάμεσα σε δύο επίπεδα υπέρλεπτης υφής της βασικής κατάσταση του Cs-133.
- **Ένταση Ηλεκτρικού Ρεύματος**

  Αμπέρ (A) - Το αμπέρ είναι η σταθερή ένταση ρεύματος, η οποία, όταν διαρρέει ευθύγραμμους αγωγούς απείρου μήκους, με απειροελάχιστη επιφάνεια κυκλικής διατομής και μεταξύ τους απόσταση σε κενό ενός μέτρου, δημιουργεί ανάμεσα τους δύναμη $2 \cdot 10^{-7}$ N ανά μέτρο μήκους.
- **Θερμοδυναμική Θερμοκρασία**

  Κέλβιν (K) - Το Κέλβιν είναι το κλάσμα 1/273,16 της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του τριπλού σημείου του νερού.
- **Ποσότητα Ουσίας**

  Μολ (mol) - Το μολ είναι η ποσότητα της ουσίας ενός συστήματος το οποίο αποτελείται από τόσες βασικές μονάδες όσες περιέχουν 12 γραμμάρια άνθρακα ατομικού αριθμού 12.
- **Ένταση Φωτισμού**

  Καντέλα (Cd) - Το καντέλα είναι η ένταση φωτισμού σε μια ορισμένη κατεύθυνση μιας πηγής, η οποία εκπέμπει μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας $540 \cdot 10^{12}$ Hz και έχει ένταση ακτινοβολίας σε αυτή τη κατεύθυνση ίση με 1/683 W/sr.

Πέραν της πειραματικής υλοποίησης των εθνικών προτύπων των μονάδων, το ΕΙΜ έχει την ευθύνη της συνεχούς διατήρησης και ανάπτυξης των προτύπων αυτών, με σκοπό τη βελτίωση της ακρίβειάς τους ώστε να εξασφαλισθεί η "ισοδυναμία" των εθνικών προτύπων της Ελλάδας με τα αντίστοιχα πρότυπα των άλλων κρατών.

2. 2 Ορολογία της Μετρολογίας

2.2.1 Μέτρηση

Μετρώ: - Συγκρίνω τη φυσική ιδιότητα ενός αντικειμένου με την αντίστοιχη ενός προτύπου αντικειμένου διαβάζοντας την ένδειξή του.

Το χρησιμοποιούμενο πρότυπο θα πρέπει να μεταφράσει αριθμητικά την ιδιότητα αυτή σε μια τιμή, στην οποία επισυνάπτεται μια μονάδα, η οποία υλοποιείται σε μια κατάλληλη κλίμακα. Λόγω της πεπερασμένης σταθερότητας του προτύπου, των περιβαλλοντικών συνθηκών, καθώς και της κλίμακας, η κάθε μέτρηση παρέχει μια αβεβαιότητα σχετικά με την αληθινή τιμή της ένδειξης.

Η μέτρηση επομένως αποτελεί το σύνολο μιας διαδικασίας με αποτέλεσμα τον προσδιορισμό της τιμή ενός μεγέθους.

2.2.2 Πρότυπο Μέτρησης

Πρότυπα μέτρησης μπορεί να είναι ένα φυσικό σώμα, ένα όργανο μέτρησης, μια πειραματική διάταξη, ώστε να ορισθεί, να υλοποιηθεί, να συντηρεί ή να αναπαράγει μια μονάδα, ή μία ή πολλές τιμές ενός μεγέθους, για να μεταφέρει τις τιμές αυτές σε άλλα μετρητικά όργανα μέσω σύγκρισης.

Τα είδη των μετρολογικών προτύπων είναι τα ακόλουθα :

a) Πρωτεύον Πρότυπο - Το πρότυπο που είναι σαφώς καθορισμένο ή ευρέως αναγνωρισμένο ως αυτό που έχει την υψηλότερη μετρολογική ποιότητα και του οποίου η τιμή είναι αποδεκτή χωρίς καμιά άλλη αναφορά σε άλλα πρότυπα του ίδιου μεγέθους.
b) Μερικές φορές το Εθνικό Πρότυπο ενός μεγέθους συμπίπτει με το αντίστοιχο πρωτεύον πρότυπο.
c) Πρότυπο Αναφοράς - Το πρότυπο το οποίο έχει γενικά την υψηλότερη μετρολογική ποιότητα σε μια δεδομένη τοποθεσία ή σε έναν δεδομένο οργανισμό, και από την τιμή του οποίου εξάγονται οι πραγματοποιούμενες μετρήσεις. Το πρότυπο αναφοράς πρέπει να διακριβώνεται περιοδικά.
d) Δευτερεύον Πρότυπο - Το πρότυπο στο οποίο επισυνάπτεται μια τιμή μετά από σύγκριση με το πρωτεύον πρότυπο του ίδιου μεγέθους.
e) Πρότυπο Μεταφοράς - Το πρότυπο που χρησιμοποιείται ως ενδιάμεσο κατά την σύγκριση προτύπων.
f) Πρότυπο Εργασίας - Πρότυπο το οποίο χρησιμοποιείται σε καθημερινή βάση για την διακρίβωση ή τον έλεγχο των μεγεθών των υλικών, μετρητικών συσκευών ή υλικών αναφοράς.

2.2.3 Διακρίβωση

Διακρίβωση: - συγκριτική μέτρηση μεταξύ δύο οργάνων / προτύπων μέτρησης, από τα οποία το ένα είναι το πρότυπο αναφοράς με πιστοποιημένη τιμή και αβεβαιότητα (ιχνηλασιμότητα σε Εθνικό ή Διεθνές Πρότυπο), και το άλλο είναι το όργανο / πρότυπο προς διακρίβωση, για το οποίο θα πιστοποιηθεί η απόκλιση και η αβεβαιότητα της ένδειξης ή της κλίμακας μέτρησής του σχετικά με την πιστοποιημένη τιμή / κλίμακα μέτρησης του οργάνου / προτύπου αναφοράς.

2.2.4 Ιχνηλασιμότητα

Ιχνηλασιμότητα: - η ιδιότητα ενός αποτελέσματος μέτρησης ή μιας αριθμητικής τιμής ενός προτύπου, η οποία σχετίζεται με δεδομένα πρότυπα αναφοράς, συνήθως Εθνικά ή Διεθνή, διαμέσου αδιάσπαστής αλυσίδας διακριβώσεων με καθορισμένη αβεβαιότητα.

2.2.5 Αβεβαιότητα

Αβεβαιότητα μέτρησης: - μέρος αποτελέσματος μιας μέτρησης ή διακρίβωσης, που εκφράζεται σαν αριθμητική τιμή στην μονάδα μέτρησης και υπολογίζεται με στατιστικές μεθόδους λαμβάνοντας υπόψη :

Α) την αβεβαιότητα του οργάνου / προτύπου,

Β) τη σταθερότητα του αντικειμένου,

Γ) τις περιβαλλοντικές συνθήκες

2.2.6 Μετρολογία

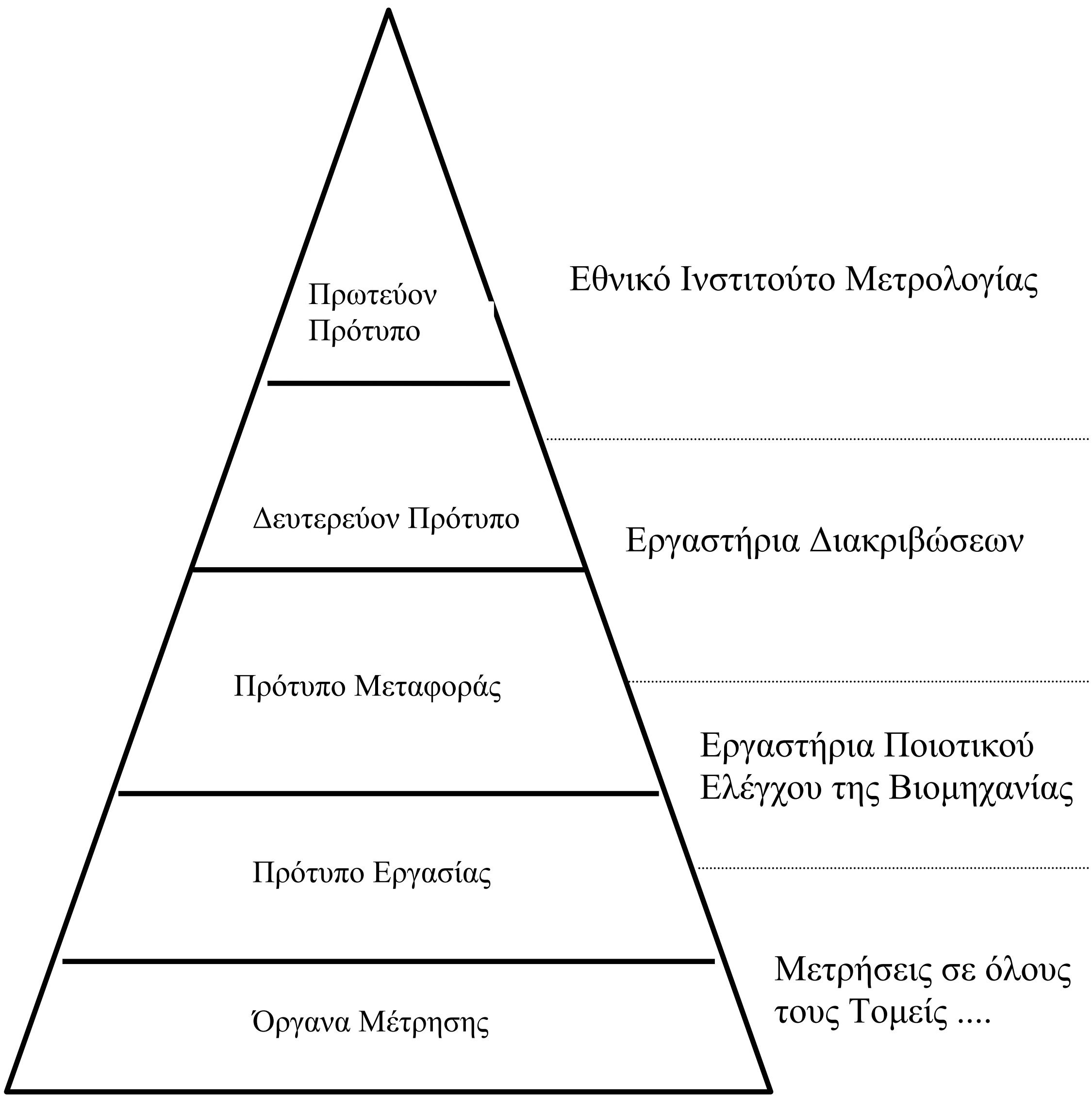
Μετρολογία: - η επιστήμη των μετρήσεων και των συστημάτων μέτρων και σταθμών με αντικείμενο τις μεθόδους και την τεχνική της μέτρησης, το σύστημα των μονάδων μέτρησης και την ακρίβεια των μετρήσεων και προτύπων αναφοράς.

Σκοπός της μετρολογίας είναι η πειραματική υλοποίηση των μονάδων με βάση τον ορισμό τους, με την μικρότερη δυνατή αβεβαιότητα μέτρησης, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη προτύπων συσκευών σε υψηλό μετρολογικό επίπεδο. Οι πρότυπες αυτές συσκευές ορίζονται συνήθως ως Εθνικά Πρότυπα Μεγεθών.

2.3 Το Εθνικό Σύστημα Μετρολογίας

Η εσωτερική «συγκριτικότητα» των μετρήσεων εξασφαλίζεται σε ένα εθνικό σύστημα μετρολογίας όπου όλα τα μεγέθη εντάσσονται σε πυραμίδες ιχνηλασιμότητας. Στην κορυφή της κάθε πυραμίδας βρίσκονται τα Εθνικά Πρότυπα.

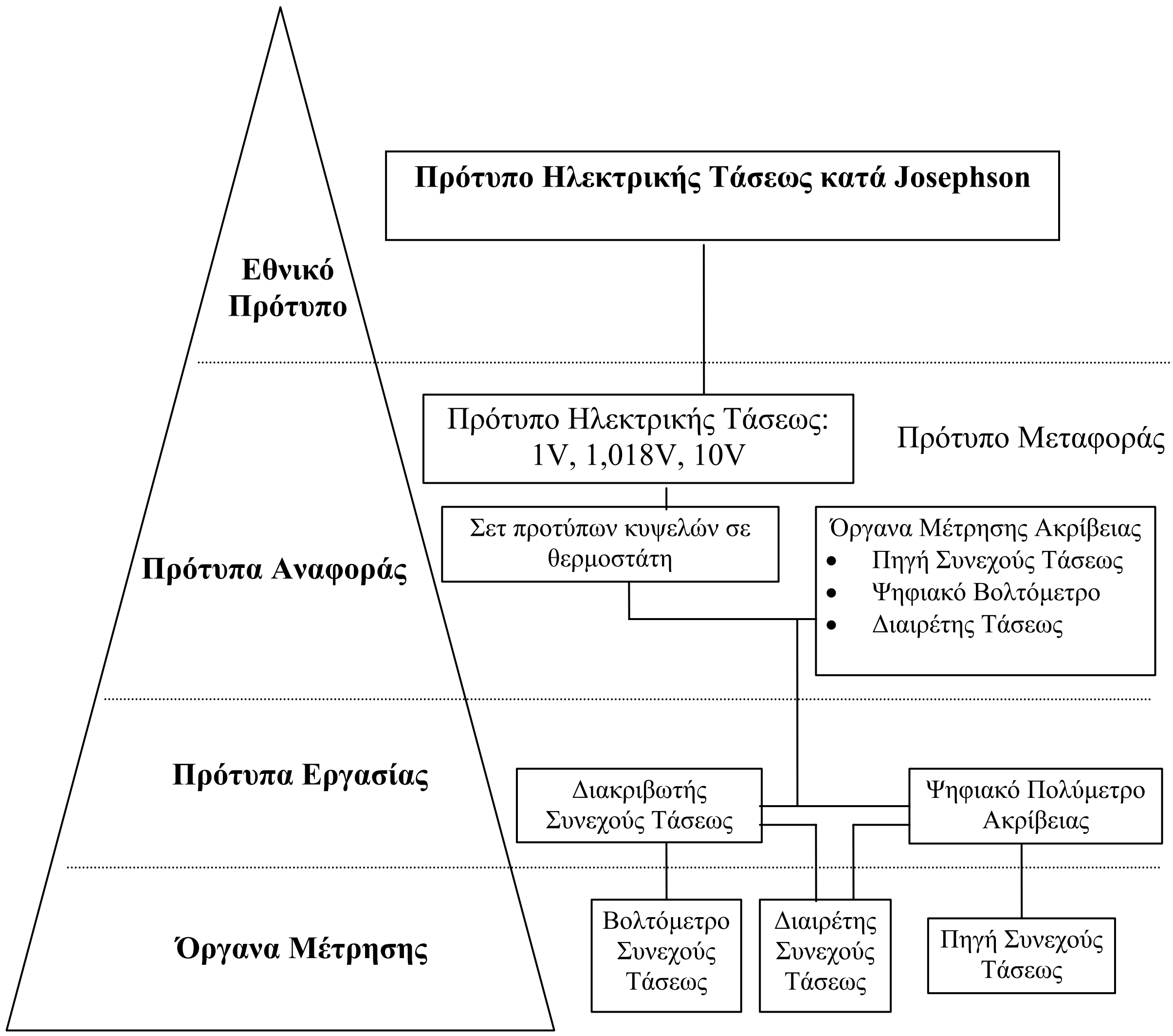
Εικόνα 1. Ιεράρχηση προτύπων μέτρησης σε εθνικό σύστημα μετρολογίας



Το Εθνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας ως ανώτατος φορέας μετρολογίας μιας χώρας / κράτους, είναι υπεύθυνο για την <u>ανάπτυξη</u>, την <u>διατήρηση</u> και την <u>συγκριτικότητα των Εθνικών Προτύπων</u> μέτρησης, καθώς και για την <u>υλοποίηση</u> και τη <u>διανομή των φυσικών</u>

μονάδων μέτρησης στην χώρα, και, τέλος, την εγγύηση της ιχνηλασιμότητας και το συσχετισμό ακρίβειας μετρήσεων στα Εθνικά Πρότυπα, με σκοπό την υποστήριξη της βιομηχανικής παραγωγής σε θέματα ποιότητας και άλλων τομέων που έχουν ανάγκη από μετρήσεις (υγεία, εμπόριο, περιβάλλον, εθνική άμυνα, νόμιμη μετρολογία για την προστασία του καταναλωτή κλπ.)

Εικόνα 2: Πυραμίδα Ιχνηλασιμότητας Ηλεκτρικής Τάσεως



3. Χαρακτηριστικά Οργάνων Μέτρησης

3.1 Ορισμοί

3.1.1 Ακρίβεια

Η ακρίβεια ενός οργάνου ή μιας μέτρησης είναι ένα ποιοτικό στοιχείο το οποίο εκφράζει την απόκλιση της ένδειξης ή της μετρούμενης τιμής από την «αληθινή τιμή» ή από την συμβατική τιμή του μεγέθους. Επισημαίνεται ότι στην μετρολογία η έννοια της ακρίβειας δεν θα πρέπει με κανέναν τρόπο να συγχέεται με τους αγγλικούς όρους «Precision» και «Resolution».

3.1.2 Επαναληψιμότητα

Η επαναληψιμότητα ενός οργάνου εκφράζεται με την συνάφεια που παρουσιάζουν επαναλαμβανόμενες μετρήσεις του ίδιου μεγέθους, όταν αυτές ικανοποιούν τις ακόλουθες συνθήκες:

- Ίδια μέθοδος μέτρησης
- Ίδιος παρατηρητής
- Ίδια μετρητική συσκευή
- Ίδια τοποθεσία
- Ίδιες συνθήκες χρήσης
- Οι επαναλήψεις πραγματοποιούνται μέσα σε σύντομο χρονικό διάστημα.

3.1.3 Αναπαραγωγησιμότητα

Η αναπαραγωγησιμότητα ενός οργάνου εκφράζεται με την συνάφεια που παρουσιάζουν μετρήσεις του ίδιου μεγέθους, όταν κατά την πραγματοποίησή τους μεταβάλλονται κάποιες από τις ακόλουθες συνθήκες:

- Η μέθοδος μέτρησης
- Ο παρατηρητής
- Η μετρητική συσκευή
- Η τοποθεσία
- Οι συνθήκες χρήσης
- Ο χρόνος

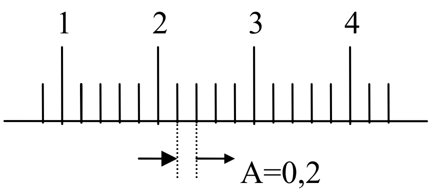
3.1.4 Ευαισθησία

Ευαισθησία Ε είναι η μεταβολή στην απόκριση μια μετρητικής συσκευής σε σχέση με την αντίστοιχη μεταβολή του ερεθίσματος.

$$E = \boxed{\frac{\sim \text{Απόκριση}}{\sim \text{Ερέθισμα}}}$$

3.1.5 Διακριτική ικανότητα

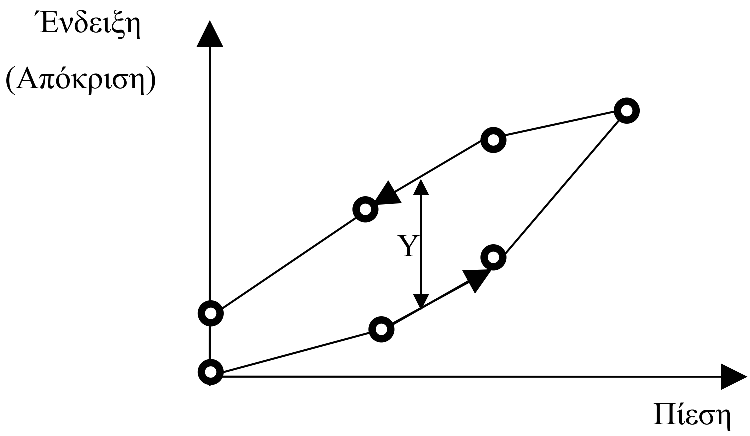
Διακριτική ικανότητα είναι μια ποσοτική έκφραση της ικανότητας μιας μετρητικής συσκευής να διαχωρίζει δυο πολύ κοντινές τιμές της μετρούμενης ποσότητας.



Εικόνα 3: Η διακριτική Ικανότητα ενός κανόνα

3.1.6 Υστέρηση

Η υστέρηση Υ είναι η ιδιότητα μιας μετρητικής συσκευής σύμφωνα με την οποία η απόκρισή της σε ένα συγκεκριμένο ερέθισμα εξαρτάται από την ακολουθία των προηγούμενων ερεθισμάτων.



Εικόνα 4: Υστέρηση ενός μανόμετρου

Για παράδειγμα στην εικόνα 4 φαίνεται ότι για συγκεκριμένο ερέθισμα (πίεση) η απόκριση του μανομέτρου είναι διαφορετική κατά την ακολουθία αυξανόμενης πίεσης απ' ότι μειούμενης πίεσης.

3.1.7 Ολίσθηση

Η αργή μεταβολή με το χρόνο των μετρολογικών χαρακτηριστικών μιας μετρητικής συσκευής.

3.2 Συχνότητα Διακριβώσεων

Η συχνότητα διακρίβωσης ενός οργάνου ή προτύπου επηρεάζεται από ένα πλήθος παραγόντων που μεταξύ άλλων περιλαμβάνουν:

- Τον τύπο και την ακρίβεια οργάνου
- Την επιθυμητή ακρίβεια μετρήσεων
- Τις συστάσεις του κατασκευαστή
- Τα στοιχεία προηγούμενων διακριβώσεων
- Το ιστορικό των επισκευών και της συντήρησης
- Την συχνότητα και την ορθότητα χρήσης
- Τις περιβαλλοντικές συνθήκες χρήσης και αποθήκευσης

Η ακριβής εκτίμηση της συνεισφοράς κάθε ενός παράγοντα στην επιλογή της συχνότητας διακρίβωσης είναι δύσκολη, ιδιαίτερα στην περίπτωση οργάνου που διακριβώνεται για πρώτη φορά. Γι'αυτόν τον λόγο ιδιαίτερης αξίας είναι το *ιστορικό διακρίβωσης* από το οποίο μπορεί να εξαχθεί με αρκετή βεβαιότητα η τάση φθοράς και απόκλισης του οργάνου κάτω από τις δεδομένες συνθήκες χρήσης του.

Η πρακτική που εφαρμόζεται στο θέμα της συχνότητας διακρίβωσης ακολουθεί το Διεθνές Πρότυπο ***ISO 10012-1: 1992 :*** *«Quality assurance requirements for measuring equipment - Part 1: Metrological confirmation system for measuring equipment, Appendix A: Guidelines for the determination of confirmation intervals for measuring equipment».* Σε όργανα που διακριβώνονται για πρώτη φορά ορίζεται ένα *αρχικό διάστημα* επαναδιακρίβωσης το οποίο βασίζεται σε στατιστικά στοιχεία συμπεριφοράς ομοειδών οργάνων. Στη συνέχεια, και με βάση τα αποτελέσματα της επόμενης διακρίβωσης γίνεται εκτίμηση της σταθερότητας του οργάνου και η συχνότητα διακρίβωσης μπορεί να επανακαθορισθεί με μεγαλύτερη βεβαιότητα.

Στην περίπτωση βιομηχανικών οργάνων και προτύπων, το συνηθισμένο διάστημα επαναδιακρίβωσης κατά τη διεθνή πρακτική (good laboratory practice) είναι 12 μήνες, και αυτό προτείνεται.

Σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις διαπιστώνεται ότι ένα μεγάλο διάστημα επαναδιακρίβωσης - και μάλιστα για πρότυπα εργασίας- είναι υπερβολικό και δεν εξασφαλίζει την αξιοπιστία των μετρήσεων. Η τελική απόφαση για τη συχνότητα διακρίβωσης ανήκει βέβαια στον χρήστη του οργάνου μέτρησης.

4. Αβεβαιότητα Μετρήσεων

4.1 Εισαγωγή

- Κατά τη μέτρηση μιας φυσικής ποσότητας, τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων εμπεριέχουν πάντα κάποιο βαθμό αβεβαιότητας.

- …στην ευρύτερη έννοιά της, η "αβεβαιότητα μιας μέτρησης" εκφράζει τις αμφιβολίες μας σχετικά με την ακρίβεια και την ορθότητα του αποτελέσματος μιας μέτρησης.

- Αβεβαιότητα (μέτρησης) … είναι μια παράμετρος, η οποία συσχετίζεται με το αποτέλεσμα της μέτρησης μιας φυσικής ποσότητας, και η οποία χαρακτηρίζει την διασπορά των τιμών που μπορούν λογικά να αποδοθούν - αντιστοιχηθούν στην φυσική ποσότητα…
  (*International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology,*
  ISO / IEO / OIML / BIPM, 1984)

Η αναγκαιότητα για έναν ποσοτικό προσδιορισμό του χαρακτηριστικού αυτού (της αβεβαιότητας), στοιχειοθετείται από τα παρακάτω:

- Εκτίμηση της <u>αξιοπιστίας</u> του αποτελέσματος

- Έκφραση της <u>ποιότητας</u> της μέτρησης

- Δυνατότητα <u>σύγκρισης</u> των αποτελεσμάτων των μετρήσεων της ίδιας φυσικής ποσότητας

- Καθορισμός τεχνικών <u>ανάλυσης</u> των σφαλμάτων

4.2 Η Στατιστική στην Ανάλυση Τυχαίων Σφαλμάτων Μετρήσεων

⇒ Η πρωτογενής μέτρηση μιας φυσικής ποσότητας Y (η απλούστερη περίπτωση):

Σφάλματα

Τυχαία:	**Συστηματικά:**
~ οφείλονται σε μεταβολές επαναλαμβανόμενων παρατηρήσεων της ίδιας ποσότητας κάτω από φαινομενικά όμοιες συνθήκες ~ απαιτούν επαναλαμβανόμενες μετρήσεις για να ανιχνευθούν και αναλύονται με στατιστικές μεθόδους	~ μη επαρκή γνώση της επίδρασης των περιβαλλοντικών συνθηκών στη διαδικασία μέτρησης (σταθερών ή μεταβλητών) ~ ανορθόδοξη χρήση εξοπλισμού ή λανθασμένης βαθμονόμησης ~ όταν η πηγή και ο τύπος του σφάλματος είναι γνωστός μπορούν να γίνουν διορθώσεις ~ δεν χρησιμοποιείται στατιστική ανάλυση
⇒ *επαναληπτικότητα μέτρησης*	⇒ *ορθότητα μέτρησης*

Βήματα για την επεξεργασία των δεδομένων:

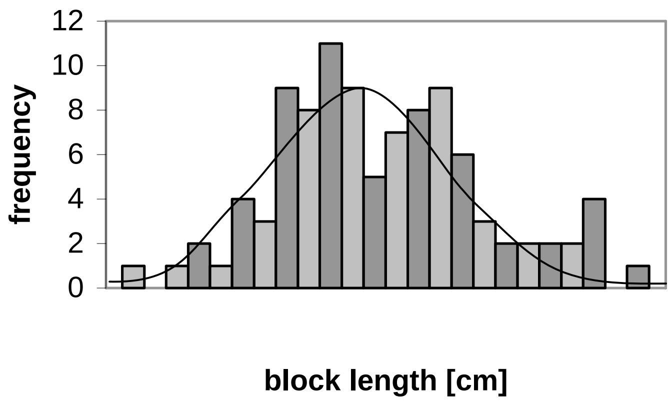
- ♦ ανίχνευση και διόρθωση των *συστηματικών σφαλμάτων* μέσω λογικών εκτιμήσεων (προσδιορισμός του παράγοντα διόρθωσης, εκτίμηση του βαθμού επίδρασης σε σχέση με την επιδιωκόμενη τάξη ακρίβειας)
- ♦ μετά την ελαχιστοποίηση των συστηματικών επιδράσεων το αποτέλεσμα θεωρείται ορθό - μόνο τυχαίες επιδράσεις λογίζονται παρούσες στο αποτέλεσμα
- ♦ ελαχιστοποίηση των τυχαίων σφαλμάτων με επαναλαμβανόμενες μετρήσεις κάτω από πανομοιότυπες συνθήκες
- ♦ στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων

4.3 Ορισμοί

- Η μετρήσιμη ποσότητα Y έχει προσδιορισθεί με n ανεξάρτητες παρατηρήσεις:
  $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_i, \ldots, y_n$

- Οι τιμές των ανεξάρτητων παρατηρήσεων y_i διαφέρουν μεταξύ τους εξαιτίας των τυχαίων μεταβολών των παραμέτρων επίδρασης

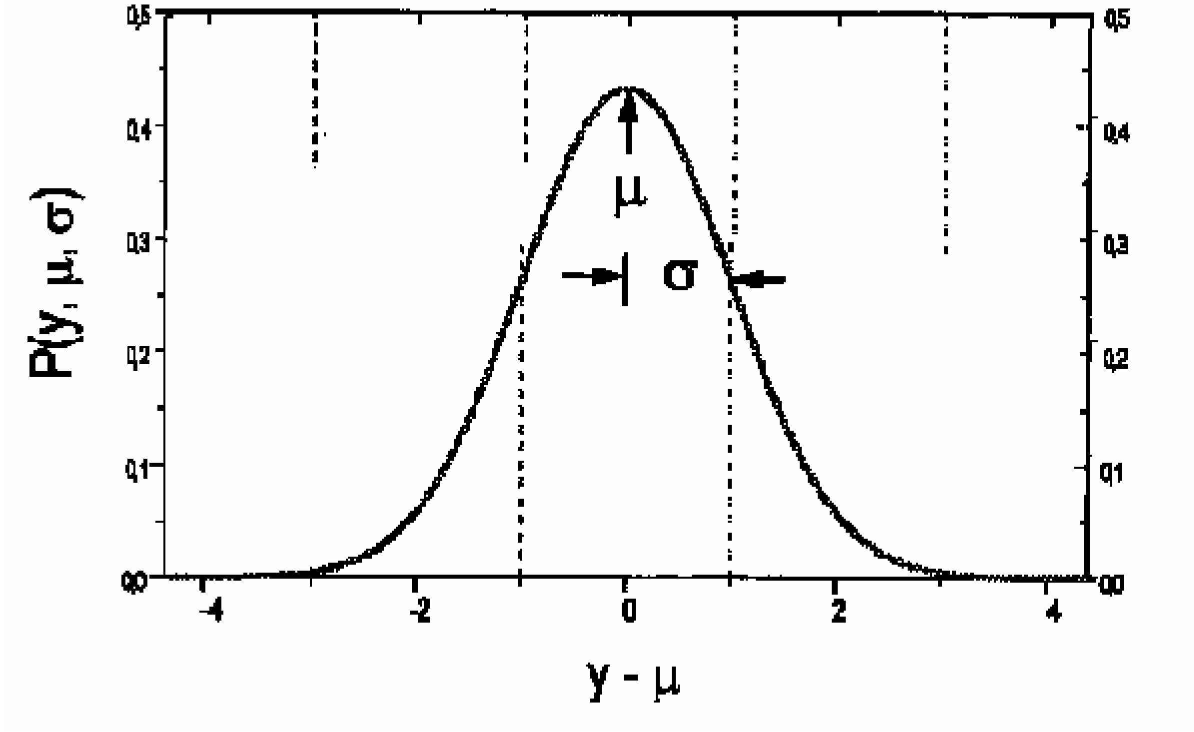
- Για $n \to \infty$, το σετ των παρατηρήσεων y_i , ονομάζεται *πληθυσμός* (*parent population)*



- Η *κατανομή συχνοτήτων* εμφάνισης των άπειρων παρατηρήσεων y_i αποτελεί *κατανομή του πληθυσμού.*

Ένας από τους πιο συχνά υιοθετούμενους τύπους είναι η :

KANONIKH (Gaussian) KATANOMH



η οποία περιγράφεται μαθηματικά από την παρακάτω σχέση:

$$P(y,\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (1)$$

όπου σ^2 η διακύμανση και μ ο μέσος της κατανομής.

Η *μέση τιμή* του δείγματος $\overline{y}$ ορίζεται από τη σχέση (2) και αποτελεί τη βέλτιστη εκτίμηση της *αναμενόμενης τιμής μ* κατανομής:

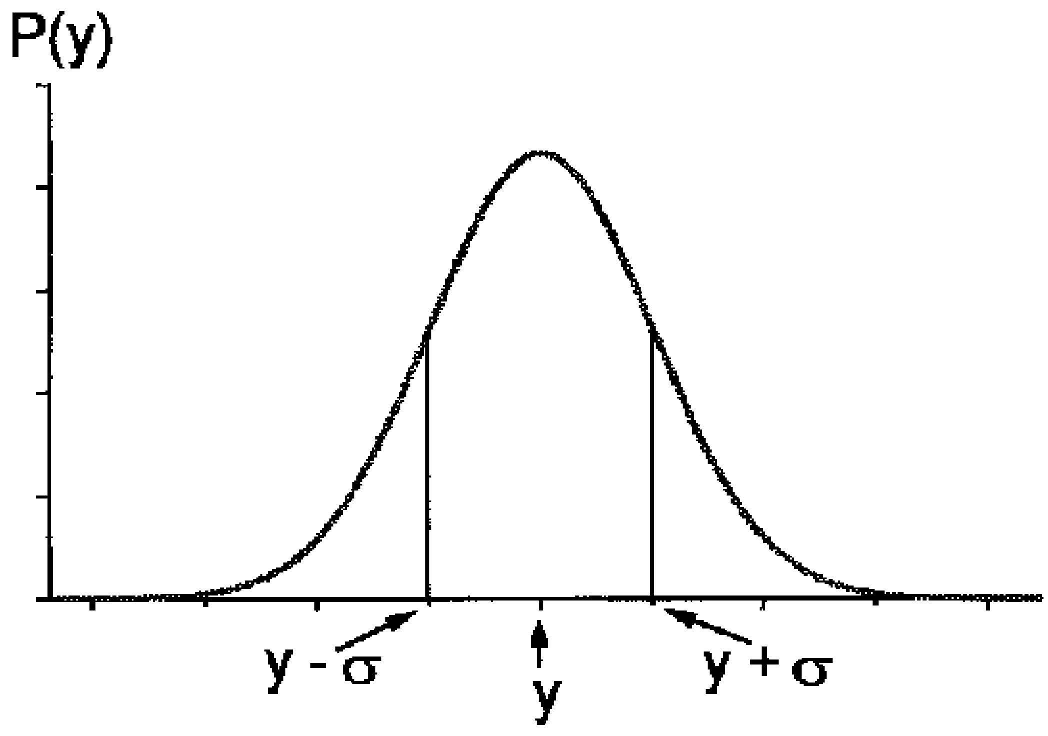
$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad (2)$$

Στην πράξη δεν είναι ποτέ γνωστή η ακριβής *κατανομή*. Τα πειραματικά δεδομένα αποτελούν το δείγμα (sample) και επιτρέπουν την ορθή εκτίμηση των παραμέτρων της υποτιθέμενης κατανομής

~ Η ***διακύμανση*** $\mathbf{s^2(y_i)}$ των n παρατηρήσεων αποτελεί τη βέλτιστη εκτίμηση της διακύμανσης σ^2 της κατανομής P(y) και ορίζεται ως εξής:

$$s^2(y_i) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2 \quad (3)$$

~ Η ***τυπική απόκλιση*** $\mathbf{s(y_i)}$ του δείγματος των n παρατηρήσεων, χαρακτηρίζει τη διασπορά γύρω από τη μέση τιμή των παρατηρούμενων τιμών y_i και ισούται με την θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης $s^2(y_i)$



~ Η πιθανότητα να βρεθεί η τιμή μιας παρατήρησης y_i μέσα στο διάστημα τιμών y±σ είναι 68% (ισοδυναμεί με το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη για την ίδια περιοχή τιμών)

~ Η βέλτιστη εκτίμηση της διακύμανσης της μέσης τιμής:

$$s^2(\overline{y}) = \frac{s^2(y_i)}{n} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \overline{y}\right)^2 \quad (4)$$

αποτελεί ένα μέτρο του πόσο καλά αντιπροσωπεύεται – εκτιμάται ο μέσος της κατανομής ***μ*** από τη μέση τιμή $\overline{y}$ του δείγματος.

~ Η θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης $s^2(\overline{y})$ δίνει την ***τυπική απόκλιση της μέσης τιμής*** $\overline{y}$:

$$s(\overline{y}) = \sqrt{s^2(\overline{y})} \quad (5)$$

4.4 Η Συστηματική Αντιμετώπιση της Αβεβαιότητας Μετρήσεων και η Εφαρμογής της στην Μετρολογία

Για την ενιαία αντιμετώπιση του προσδιορισμού και της έκφρασης της αβεβαιότητας των μετρήσεων από όλους όσους εργάζονται στα πεδία των:

⇒ **Διακριβώσεων - Δοκιμών**

⇒ **Τυποποίησης**

⇒ **Διαπίστευσης εργαστηρίων**

⇒ **Μετρολογικών υπηρεσιών**

έχουν εκδοθεί Έγγραφα με συστάσεις και οδηγίες, που περιέχουν τόσο τους ορισμούς και τις γενικές αρχές όσο και τις συγκεκριμένες τεχνικές προσδιορισμού και έκφρασης της αβεβαιότητας των μετρήσεων (με αναπτυγμένα παραδείγματα από τις διάφορες περιοχές των μετρήσεων).
Ως τέτοια μπορούν να αναφερθούν:

‘‘ Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement’’ (first edition 1993)(WG3)(TAG4)(ISO)

‘‘ EAL – R2: Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration’’ (first edition 1997)

Για να εφαρμόζονται αποτελεσματικά τα σχετικά Έγγραφα – Οδηγίες – Συστάσεις πρέπει:

- να είναι κοινά αποδεκτά
- να είναι σαφή στις διατυπώσεις και τους ορισμούς που περιέχουν
- να υιοθετούνται και να εφαρμόζονται άμεσα από όλους τους ενδιαφερόμενους φορείς

4.5 Μοντέλο Μετρήσεων

- Στις περισσότερες περιπτώσεις το μέγεθος Y δεν προκύπτει με άμεσο τρόπο από τις μετρήσεις. Υπάρχει σχεδόν πάντα μια συνάρτηση πολλών μεταβλητών που είναι η έκφραση της εξάρτησης του μεγέθους Y από διάφορες μεταβλητές – παραμέτρους:

$$Y = G(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_i, \ldots, X_N)$$

- Οι **μεταβλητές εισόδου** $X_1, X_2, \ldots, X_N$ μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:
  - Α) ποσότητες – μεταβλητές, των οποίων οι τιμές και οι αντίστοιχες αβεβαιότητες είναι άμεσα προσδιορίσιμες από την τρέχουσα πειραματική διαδικασία (απλή παρατήρηση, επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις, εκτιμήσεις, …)
  - Β) ποσότητες – μεταβλητές, των οποίων οι τιμές και αβεβαιότητες προέρχονται από άλλες πηγές (διακριβωμένα πρότυπα, πιστοποιημένα υλικά αναφοράς, δεδομένα αναφοράς,…)

- Η **εξαγόμενη εκτίμηση y** του μεγέθους Y υπολογίζεται από την παραπάνω συνάρτηση με βάση τις εκτιμήσεις των μεταβλητών εισόδου $x_1, x_2, \ldots, x_N$:

$$y = G(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots, x_N)$$

♦ Η **αβεβαιότητα της μέτρησης** κατηγοριοποιείται σύμφωνα με τα ακόλουθα:

4.5.1 Προσδιορισμός της Τυπικής Αβεβαιότητας

Τύπου Α	Τύπου Β
~ Η <u>τυπική αβεβαιότητα</u> εξάγεται από την υποτιθέμενη κατανομή μιας <u>σειράς παρατηρήσεων</u>	~ Η <u>τυπική αβεβαιότητα</u> λαμβάνεται από μια <u>δεδομένη κατανομή</u>

♦ Η βέλτιστη εκτίμηση της τυπικής αβεβαιότητας της n-στής μεταβλητής εισαγωγής X_i είναι η πειραματική τυπική απόκλιση της μέσης τιμής $\overline{x_i}$

$$u(\overline{x_i}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x_i}\right)^2} \quad (6)$$

4.5.2 Προσδιορισμός της Συνδυασμένης Αβεβαιότητας

α) για N μη συσχετισμένες μεταβλητές εισόδου υπολογίζεται η συνδυασμένη διακύμανση:

$$u_Y^2 = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial G}{\partial X_i}\right)^2 u_{Xi}^2 \quad (7)$$

όπου $\left(\frac{\partial G}{\partial X_i}\right)$ η μερική παράγωγος της $G(X_1, X_2, \ldots.., X_N)$

Στην ειδική περίπτωση που η συνάρτηση G είναι γραμμική ως προς τις μεταβλητές X_i η σχέση (7) απλοποιείται στην:

$$u_Y^2 = \sum_{i=1}^{N} u_{Xi}^2 \quad (8)$$

και η συνδυασμένη αβεβαιότητα δίνεται από τον τύπο:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} u_{xi}^2} \qquad (9)$$

β) εάν δύο (ή περισσότερες) μεταβλητές εισόδου είναι συσχετισμένες τότε η **συμμεταβλητότητα (covariance)** υπολογίζεται ως εξής:

$$u_{x_{i,k}} = u_{x_i} \cdot u_{x_k} \cdot r_{x_{i,k}} \qquad (i \neq k) \quad (10)$$

όπου -1≤ $r_{x_{i,k}}$ ≤ 1 , ο **συντελεστής συσχέτισης**

- Για n επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις των X_i και X_k η **συμμεταβλητότητα (covariance)** υπολογίζεται από τη σχέση

$$u_{x_{i,k}} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n} (x_{i,j} - \overline{x_i})(x_{k,j} - \overline{x_k}) \quad (11)$$

οπότε ο συντελεστής $r_{x_{i,k}}$ μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$r_{x_{i,k}} = \frac{u_{x_{i,k}}}{u_{x_i} \; u_{x_k}} \qquad (12)$$

- Εάν ο συντελεστής $r_{x_{i,k}}$ για οποιεσδήποτε από τις μεταβλητές εισόδου αποκλίνει σημαντικά από το μηδέν τότε η συνδυασμένη διακύμανση θα πρέπει να υπολογίζεται από τη σχέση

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \right)^2 u_{x_i}^2 + \sum_{i,k=1}^{N} \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial G}{\partial X_k} \right) u_{x_{i,k}} \qquad (i \neq k) \quad (13)$$

- Η συνδυασμένη αβεβαιότητα προκύπτει από την θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης

$$u_c(y) = \sqrt{u_y^2} \quad (14)$$

4.5.3 Προσδιορισμός της Διευρυμένης Αβεβαιότητας

- Η αβεβαιότητα που προσδίδουμε σε κάθε αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι κατάλληλου εύρους έτσι ώστε να καλύπτει ένα διάστημα υψηλού βαθμού εμπιστοσύνης (αύξηση της πιθανότητας ορθότητας του αποτελέσματος)

- Για το λόγο αυτό εισάγουμε τον **παράγοντα κάλυψης k,** και την **διευρυμένη αβεβαιότητα U** που ορίζονται από τη σχέση

$$U = k\, u_c(y) \quad (15)$$

Για κατανομές παρόμοιες με την κανονική (Gaussian) ισχύουν:
Για k=1 το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι της τάξης του 68%
Για k=2 το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι της τάξης του 95%
Για k=3 το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι της τάξης του 99%

- Το αποτέλεσμα μπορεί πλέον να εκφρασθεί ως εξής

$$Y = y \pm U \quad (16)$$

4.5.4 Τεκμηρίωση του Υπολογισμού Αβεβαιότητας Διακριβώσεων

Για μια ολοκληρωμένη παρουσίαση απαιτούνται τα παρακάτω στοιχεία:

I. Πλήρης καθορισμός της σχέσης υπολογισμού του υπο μέτρηση μεγέθους: $Y = f(X_1, X_2, X_3, \ldots.)$

II. Σαφής περιγραφή της πειραματικής μεθόδου που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του αποτελέσματος της μέτρησης

III. Περιγραφή των εκτιμήσεων για όλους τους παράγοντες διόρθωσης με τις αβεβαιότητές τους (συστηματικές διορθώσεις)

IV. Κατάλογος με τις εκτιμώμενες τιμές, αβεβαιότητες και βαθμούς ελευθερίας όλων των μεταβλητών $x_ι$ μαζί με μια περιγραφή του τρόπου που αποκτήθηκαν

V. Κατάλογος με τη συμμεταβλητότητα και / ή τους συντελεστές συσχέτισης για όλες τις μεταβλητές εισόδου που θεωρούνται συσχετισμένες, και του τρόπου υπολογισμού τους.

VI. Δήλωση του αποτελέσματος ως εκτίμηση y του μεγέθους Y, μαζί με την συνδυασμένη αβεβαιότητα $u_c(y)$ ή την διευρυμένη αβεβαιότητα U μαζί με την τιμή του παράγοντα κάλυψης k (συνήθως $k \geq 2$)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α’
ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΖΥΓΙΣΗΣ

- Για την δοκιμή της συνεισφοράς αβεβαιότητας του ζυγού θα γίνουν μετρήσεις επαναληψιμότητας κάτω από ίδιες περιβαλλοντικές συνθήκες........................

- Παράδειγμα:

σειρά 10 μετρήσεων με αναλυτικό ζυγό ακρίβειας, διακριτική ικανότητα 0,01 mg, T = 20^0C ± 0,5 ^{0}C, Σ.Υ. : 50% ± 5% :

m_1 = 27,51467 g
m_2 = 27,51466 g
m_3 = 27,51468 g
m_4 = 27,51466 g
m_5 = 27,51465 g
m_6 = 27,51467 g
m_7 = 27,51467 g
m_8 = 27,51466 g
m_9 = 27,51468 g
m_{10}= 27,51467 g

ο μέσος όρος είναι : $\bar{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i$

m_i = ένδειξη της ζύγισης αρ. i
n = αριθμός μετρήσεων (ζυγίσεων)
$\overline{m}$ = εκτίμηση για την "αληθινή " μάζα του αντικειμένου

σαν μέσος όρος υπολογίζεται 27,514667 g

- Η τυπική αβεβαιότητα με την οποία ζυγίζει ο ζυγός κάτω από τις τρέχουσες περιβαλλοντικές συνθήκες εκτιμάται με την τυπική απόκλιση των δέκα παραπάνω μετρήσεων :

$$s(\Delta_B) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(m_i - \bar{m}\right)^2}$$

- $s(\Delta_B) = 0{,}0095$ mg

- Πρακτικά το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει ότι 68 από 100 μετρήσεις θα έχουν ως αποτέλεσμα μια τιμή η οποία κυμαίνεται στο διάστημα 27,51467g ± 0,010 mg.

- Ή, με άλλα λόγια, μια άλλη επιπλέον μέτρηση θα έχει με πιθανότητα 68 % ως αποτέλεσμα μια τιμή η οποία κυμαίνεται στο διάστημα 27,51467g ± 0,010 mg, ή, με πιθανότητα 95 % στο διάστημα 27,51467 g ± 0,02 mg.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β’
ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ 10 kΩ

a) Χρησιμοποιούμε ένα μεγάλου εύρους βολτόμετρο για να μετρήσουμε την τάση που αναπτύσσεται στα άκρα μιας πρότυπης και μιας άγνωστης αντίστασης της ίδιας ονομαστικής τιμής με την πρότυπη, όταν τις συνδέουμε σε σειρά και τις τροφοδοτούμε με μια σταθερή πηγή ρεύματος. Η τιμή της άγνωστης αντίστασης, R_x, δίνεται από τη σχέση:

$$R_x = (R_s + R_D + R_T)\,\frac{V_x}{V_s}$$

όπου: R_s = Τιμή του πιστοποιητικού διακρίβωσης για την πρότυπη αντίσταση,
R_D = Ολίσθηση στην R_s από την τελευταία διακρίβωσή της,
R_T = Αλλαγή της τιμής της R_s εξαιτίας της θερμοκρασίας του λουτρού ελαίου,
V_x = Τάση στα άκρα της R_x,
V_s = Τάση στα άκρα της R_s.

b) Το πιστοποιητικό διακρίβωσης για την πρότυπη αντίσταση αναφέρει αβεβαιότητα ± 1.5 ppm σε επίπεδο εμπιστοσύνης όχι μικρότερο από 95 % (k=2).

c) Εξαιτίας της ολίσθησης της τιμής της R_s, υπολογίστηκε η διόρθωση R_D. Η αβεβαιότητα αυτής της διόρθωσης έχει ανώτερο όριο τα ± 2 ppm.

d) Η διαφορά στην τιμή της αντίστασης R_s εξαιτίας των μεταβολών στη θερμοκρασία στο λουτρό ελαίου έχει μέγιστη τιμή τα ± 0.5 ppm.

e) Για τη μέτρηση της V_x και της V_s χρησιμοποιήθηκε το ίδιο βολτόμετρο, με σκοπό την επιπλέον μείωση της αβεβαιότητας. Έτσι, αρκεί να λάβουμε υπόψη τη σχετική διαφορά στις ενδείξεις του βολτομέτρου εξαιτίας της αστάθειας και της διακριτικής του ικανότητας, η οποία υπολογίστηκε ± 0.2 ppm για κάθε ένδειξη.

f) Υπολογισμός αβεβαιότητας τύπου Α:

Έγιναν πέντε μετρήσεις για να καταγραφεί η απόκλιση από τη μονάδα (σε ppm) του λόγου $\frac{V_x}{V_s}$. Οι ενδείξεις ήταν οι ακόλουθες:

10,4

10,7

10,6

10,3

10.5

Από τη σχέση $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$ παίρνουμε τη μέση τιμή : $\overline{V} = +10.5\, ppm$

Από τις σχέσεις $s(x_k) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2}$ και $s(\overline{x}) = \frac{s(x_k)}{\sqrt{n}}$ υπολογίζουμε

τελικά ότι $u(V) = s(\overline{V}) = \frac{0.158}{\sqrt{5}} = 0.0706\, ppm$

g) Ο παρακάτω πίνακας αποτελεί το ισοζύγιο της συνολικής αβεβαιότητας της διακρίβωσης, όπου φαίνονται αντίστοιχα στις στήλες η συνεισφορά των επιμέρους αβεβαιοτήτων, η τιμή τους, ο τύπος της στατιστικής κατανομής στην οποία υπακούουν, ο αντίστοιχος συντελεστής που μετατρέπει την τιμή της αβεβαιότητας στην τιμή της τυπικής αβεβαιότητας (αντιστοιχεί σε επίπεδο εμπιστοσύνης 68%), ο συντελεστής ευαισθησίας C_i, η τιμή της τυπικής αβεβαιότητας και ο βαθμός ελευθερίας.

Σύμβολο	Συνεισφορά Αβεβαιότητας	Τιμή Αβεβαιότητας [ppm]	Τύπος Κατανομής	Συντελεστής κανονικοποίησης (68%)	C_i	$U_i(R_x)$ (68%) [ppm]	Βαθμός Ελευθερίας νi
R_s	Πρότυπη αντίσταση	1.5	Κανονική	2.0	1.0	0.75	∞
R_D	Ολίσθηση από την τελευταία διακρίβωση	2.0	Τετραγωνική	$\sqrt{3}$	1.0	1.155	∞
R_T	Επίδραση της θερμοκρασίας του μπάνιου	0.5	Τετραγωνική	$\sqrt{3}$	1.0	0.289	∞
V_s	Βολτόμετρο στα άκρα της R_s	0.2	Τετραγωνική	$\sqrt{3}$	1.0	0.115	∞
V_x	Βολτόμετρο στα άκρα της R_x	0.2	Τετραγωνική	$\sqrt{3}$	1.0	0.115	∞
V	Επαναληψιμότητα	0.071	Κανονική	1.0	1.0	0.071	4
$u_c(R_x)$	Συνδυασμένη αβεβαιότητα		Κανονική			1.418	>500
U	Διευρυμένη αβεβαιότητα		Κανονική (k=2)			2.836	>500

h) Η μετρούμενη τιμή της αντίστασης 10 kΩ είναι: **(10.000,11 ± 0,03) Ω**

Η αβεβαιότητα που αναφέρουμε βασίστηκε στην τυπική αβεβαιότητα πολλαπλασιασμένη με τον συντελεστή εμπιστοσύνης k=2, η οποία παρέχει επίπεδο εμπιστοσύνης περίπου 95 %.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ΄

ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΒΑΡΟΥΣ 1 kg

- Χωρίς την διόρθωση λόγω άνωσης
- Έστω ότι φέρεται προς διακρίβωση βάρος ονομαστικής τιμής μάζας 1 000 g και τάξης ακρίβειας OIML F2. Το υλικό κατασκευής του βάρους είναι ανοξείδωτος χάλυβας άγνωστης προελεύσεως οπότε από τον Πίνακα 6 η πυκνότητά του και η αβεβαιότητα που την συνοδεύει εκτιμάται ως $\rho_t = 7\ 950 \pm 140$ kg/m^3.
- Το πρότυπο αναφοράς που χρησιμοποιείται για την συγκριτική ζύγιση έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά, όπως προκύπτουν από το πιστοποιητικό διακρίβωσής του:

συμβατική τιμή μάζας $m_{cr} = 1\ 000$ g + 2 mg
διευρυμένη αβεβαιότητα $U(m_{cr}) = 1{,}5$ mg (k=2)
τυπική αβεβαιότητα $u(m_{cr}) = 0{,}75$ mg
πυκνότητα $\rho_r = 7\ 900$ kg/m^3
αβεβαιότητα $u(\rho_r) = 25$ kg/m^3

Κατά την διάρκεια της διαδικασίας διακρίβωσης οι περιβαλλοντικές συνθήκες στο εργαστήριο ήταν: ατμοσφαιρική πίεση p =1015,2 ± 0,2 mbar, σχετική υγρασία h= 51,2 ± 0,8 % και θερμοκρασία t =25,1 ± 0,1^o C. Η πυκνότητα του αέρα υπολογίστηκε βάσει της σχέσης (2) ως $\rho_A = 1{,}1790 \pm 0{,}0004$ kg/m^3.

Για την διακρίβωση του ανωτέρω βάρους χρησιμοποιείται ζυγός με μέγιστη φόρτιση 1 200 g και διακριτικής ικανότητας d=0,1 mg.

Για την διακρίβωση του βάρους εκτελούνται δύο κύκλοι ζυγίσεων RTR και δίνουν τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα:

Ζύγιση	Ενδείξεις Κύκλου 1 (g)	Ενδείξεις Κύκλου 2 (g)
Ένδειξη προτύπου αναφοράς	r_{11}=1 000,0025	r_{21}=1 000,0021
Ένδειξη βάρους προς διακρίβωση	t_{11}=1 000,0087	t_{21}=1 000,0081
Ένδειξη προτύπου αναφοράς	r_{12}=1 000,0021	r_{22}=1 000,0022

Στη συνέχεια εξετάζεται αν το αποτέλεσμα της ζύγισης χρήζει διόρθωσης λόγω της επίδρασης της άνωσης του αέρα. Για τον σκοπό αυτόν ελέγχεται αν ισχύει η σχέση $D \leq \left| \frac{1}{3} \frac{u(m_{ct})}{m_{ct}} \right|$ όπου D ο συντελεστής διόρθωσης και $U(m_{ct})$ η διευρυμένη αβεβαιότητα του υπό δοκιμή βάρους. Από τον υπολογισμό προκύπτει ότι $D = 1{,}6 \times 10^{-8}$ και $U(m_{ct})/3m_{ct} = 1{,}7 \times 10^{-6}$ οπότε εκπληρώνεται η συνθήκη μη χρησιμοποίησης της διόρθωσης λόγω άνωσης.

Από τους δύο κύκλους των ζυγίσεων προκύπτει ότι $\Delta I_1 = 0{,}0064$ g και $\Delta I_2 = 0{,}0060$ g, οπότε η μέση τιμή των κύκλων είναι $\Delta I_{av.} = 0{,}0062$ g = 6,2 mg.

Η συμβατική τιμή μάζας m_{ct} του βάρους προς διακρίβωση είναι:

$$m_{ct} = (1\,000 \text{ g} + 2 \text{ mg}) + 6{,}2 \text{ mg} = 1\,000 \text{ g} + 8{,}2 \text{ mg}$$

Η αβεβαιότητα της ανωτέρω τιμής m_{ct} υπολογίζεται βάσει των παρακάτω:

$$u_w(\overline{\Delta} m_c) = \frac{s(\Delta m_{ci})}{\sqrt{n}} = 0{,}23 \text{ mg}$$

$$u(m_{cr}) = \frac{U(m_{cr})}{k} = 0{,}75 \text{ mg}$$

$$u_b(\overline{\Delta} m_c) = \frac{1}{3}(\frac{D}{2} m_{ct}) = 2{,}7 \times 10^{-3} \text{ mg}$$

$$u_s^2 = \left(\overline{\Delta} m_c^2 \frac{u^2(\Delta I_s)}{\Delta I_s^2}\right) = 6{,}2 \text{ x } (0{,}05/1{,}0)^2 \text{ mg}^2 = 0{,}016 \text{ mg}^2$$

$$u_d = \left(\frac{d/2}{\sqrt{3}}\right) \times \sqrt{2} = 0{,}041 \text{ mg} \Rightarrow u_d^2 = 1{,}7\text{x}10^{-3} \text{ mg}^2$$

$$u_E = \frac{\frac{d_1}{d_2} \times D}{2 \times \sqrt{3}} = (0{,}5 \text{ x } 5{,}2 \text{ mg})/(2\text{x}1{,}732) = 0{,}75 \text{ mg} \Rightarrow u_E^2 = 0{,}56 \text{ mg}^2$$

$$u_{ba}(\overline{\Delta} m_c) = \sqrt{\left(u_s^2(\overline{\Delta} m_c) + u_d^2(\overline{\Delta} m_c) + u_E^2(\overline{\Delta} m_c)\right)} \approx 0{,}58 \text{ mg}$$

Η συνδυασμένη τυπική αβεβαιότητα $u(m_{ct})$ είναι $(5{,}3\text{x}10^{-2} + 0{,}56 + 7{,}3\text{x}10^{-6} + 0{,}34)^{½}$ $= 1{,}0$ mg και η διευρυμένη αβεβαιότητα $U(m_{ct}) = 2u(m_{ct}) = 2{,}0$ mg.

Η συμβατική μάζα του διακριβωμένου πλέον βάρους εκφράζεται ως:

$$\boxed{m_{ct} = 1000{,}0082 \text{ g} \pm 2{,}0 \text{ mg}}$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ'
ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗ ΣΕΤ ΠΛΑΚΙΔΙΩΝ ΜΗΚΟΥΣ 0,5 mm - 100 mm

1. Περιγραφή της Διαδικασίας

Ο προσδιορισμός της αβεβαιότητας διακρίβωσης πλακιδίων μήκους στο εύρος 0,5 mm - 100 mm μέσω συγκριτικής μέτρησης με διακριβωμένα πρότυπα ίδιων ονομαστικών τιμών με την χρήση συμβολομέτρου Laser.
Το μήκος L των πλακιδίων δίδεται από τον εξής τύπο:

$$L = L_s + L_d + \Sigma\ \Delta L_j$$

- όπου L_s - μήκος του προτύπου πλακιδίου σύμφωνα με το πιστοποιητικό διακρίβωσης,
- L_d - μετρούμενη διαφορά του υπό δοκιμή πλακιδίου από το πρότυπο πλακίδιο, αναφοράς
- $\Sigma\ \Delta L_j$ - προστιθέμενη διόρθωση j με εκτιμώμενη τιμή 0.

2. Υποθέσεις για τις Παραμέτρους

Σε αυτό το απλοποιημένο παράδειγμα θα υπολογιστούν μόνο οι πιο σημαντικές συνεισφορές αβεβαιότητας.

α) αβεβαιότητα λόγω διακύμανσης τιμών μέτρησης

Στην διαδικασία μέτρησης μετρήθηκαν οι διαφορές L_d μόνο 5 φορές. Σε μια άλλη προηγούμενη σειρά μετρήσεων με περισσότερες μετρήσεις προσδιορίστηκε μια τυπική απόκλιση των 13 nm.
Άρα η διακύμανση της μέσης τιμής των 5 μετρήσεων είναι:

$$s_{xL}^2 = \frac{1}{5} \cdot 13^2\,nm^2 = 34nm^2$$

β) Συνεισφορά αβεβαιότητας από την διακρίβωση του προτύπου

Στο πιστοποιητικό διακρίβωσης αναφέρεται η συνολική αβεβαιότητα για το σετ των πλακιδίων :
$u(L_s)$ /3 :

$$s_x^2(\Delta\alpha) = \frac{1}{3}\,x10^{-12}K^{-2} \qquad / \qquad s_x^2(\Delta\Theta) = \frac{1}{3}\,x\,0{,}36K^2\,.$$

Από αυτό προκύπτει για την τυπική απόκλιση $u(L_s)$ / 3:

$$s_{x2} = 16{,}7\,nm + 0{,}167\,x10^{-6}\,L$$

και για την διακύμανση:

$$s_{x2}^2 = 279\,nm^2 + 5{,}58x10^{-6}\,L\cdot nm + 28x10^{-15}\,L^2.$$

γ) Συνεισφορά αβεβαιότητας από την διακρίβωση του συγκριτή των πλακιδίων μήκους :
Σύμφωνα με το πιστοποιητικό διακρίβωσης η αβεβαιότητα είναι ± 0,008 μm στο επίπεδο εμπιστοσύνης 95 % (k=2). Η αντίστοιχη τυπική απόκλιση είναι 8/2 nm = 4 nm. Η συστηματική αβεβαιότητα είναι δεδομένη με ± 0,02 μm για επίπεδο εμπιστοσύνης 98% (k=3). Η αντίστοιχη τυπική απόκλιση είναι επομένως 20/3 nm = 6,7 nm. Η διακύμανση προκύπτει από αυτό ως:

$$s_{x3}^2 = \left(4{,}0^2 + 6{,}7^2\right)nm^2 = 61\,nm^2$$

δ) Η συνεισφορά αβεβαιότητας από την θερμοκρασιακή διαφορά Δθ μεταξύ προτύπου και πλακιδίου προς διακρίβωση.
Από τον ορισμό του γραμμικού συντελεστή θερμικής διαστολής α, ($\alpha = 11{,}5 \times 10^{-6}\,K^{-1}$) για τον ανοξείδωτο χάλυβα, έχουμε:

$$\Delta L\,(\Delta\theta) = \alpha\,.L.\,\Delta\theta.$$

όπου Δθ θεωρείται ότι είναι στο διάστημα ± 0,05 K και επομένως η εκτιμώμενη τιμή της διακύμανσης του (τετραγωνική κατανομή) είναι:

$$s_{x4}^2 = \frac{1}{3}\left(11{,}5\,x\,10^{-6}\,x\,0{,}05\cdot L\right)^2 = 110x10^{-15}\cdot L^2.$$

ε) Αβεβαιότητα από την θερμοκρασιακή διαφορά ΔΘ του προτύπου από την θερμοκρασία αναφοράς (20 ^oC):

$$\Delta L(\Delta\Theta) = \Delta\alpha \,.L\, .\, \Delta\Theta.$$

Όπου $|\Delta\alpha| \leq 1 \times 10^{-6}\,K^{-1}$: είναι η διαφορά των συντελεστών διαστολής μεταξύ των υλικών του προτύπου και του δοκιμίου. Η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι (20 ± 0,6) ^oC. Οι επιμέρους διασπορές εκτιμούνται (τετραγωνική κατανομή):

$$s_x^2(\Delta\alpha) = \frac{1}{3}\,x 10^{-12}\,K^{-2} \qquad / \qquad s_x^2(\Delta\Theta) = \frac{1}{3}\,x\; 0{,}36 K^2\,.$$

Αυτές οι διασπορές θα πρέπει να μετατραπούν σε διακύμανση μήκους. Σύμφωνα με την συνδυασμένη διακύμανση προκύπτει:

$$s_{x5}^2 = \left[(\Delta\Theta)^2 s_x^2(\Delta\alpha) + (\Delta\alpha)^2 s_x^2(\Delta\Theta)\right]\cdot L^2$$

Εάν υποθέσουμε αυθαίρετα ότι: $s_x(\Delta\Theta) = \Delta\Theta$ και $s_x(\Delta\alpha) = \Delta\alpha$ τότε προκύπτει:

c.2.3 Σύνοψη αβεβαιότητας

$$s_{x5}^2 = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot 0{,}36\cdot 10^{-12}\,L^2 = 8\cdot 10^{-14}\,L^2$$

3. Συνολική Αβεβαιότητα

Η συνολική διακύμανση s_y^2 είναι το άθροισμα των επιμέρους διασπορών

Συνεισφορά	Διακύμανση				
1	$34\ nm^2$				
2	$279\ nm^2$	+	$5{,}58 \times 10^{-6}\ .\ L\ .nm$	+	$28 \times 10^{-15}\ L^2$
3	$61\ nm^2$				
4					$110 \times 10^{-15}\ L^2$
5					$80 \times 10^{-15}\ L^2$
Άθροισμα	$374\ nm^2$	+	$5{,}58 \times 10^{-6}.\ L\ .nm$	+	$218 \times 10^{-15}\ L^2$

Επομένως η τυπική απόκλιση είναι:

$$s_y = \left(374 nm^2 + 5{,}58x10^{-6} L \cdot nm + 218x10^{-15} L^2\right)^{1/2}$$

Η προσεγγιστικά:

$$s_Y \approx 19\ nm + 0{,}37\ 10^{-6}\ L$$

Η προσέγγιση αυτή ισχύει επακριβώς για της οριακές τιμές, ενώ οι ενδιάμεσες τιμές επιβαρύνονται με μια μεγαλύτερη αβεβαιότητα: Η διευρυμένη αβεβαιότητα δίνεται με k = 2 ως **U (2σ) = 38 nm + 0,74 10^{-6} L.**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε'

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ