

**ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗ ΟΠΤΙΚΩΝ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ ΚΑΙ ΓΩΝΙΑΚΩΝ
ΤΡΑΠΕΖΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΔΙΠΛΗΣ ΠΕΡΑΤΩΣΗΣ ΤΟΥ
ΚΥΚΛΟΥ. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗ
ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.**

Χρήστος Μπαντής, Ιωάννης Κουρούπας
Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας
Βιομηχανική Περιοχή Θεσσαλονίκης, Οικ. Τετρ. 45
57022 Σίνδος, Θεσσαλονίκη
e-mail: bandis@eim.gr

Για την διακρίβωση οπτικών πολυγώνων και γωνιακών τραπεζών καθώς και τον διαχωρισμό των σφαλμάτων με τη μέθοδο της διπλής περάτωσης του κύκλου, απαιτείται μεγάλος αριθμός μετρήσεων, η λήψη των οποίων μπορεί να διαρκέσει αρκετές ημέρες. Για το λόγο αυτό αλλά και για την βελτίωση της επαναληψιμότητας των μετρήσεων αυτοματοποιήσαμε την μετρητική μας διάταξη καθώς και τους απαραίτητους υπολογισμούς για το διαχωρισμό των σφαλμάτων. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων και την ανάλυση αυτών, καθώς και τον λεπτομερή υπολογισμό των αβεβαιοτήτων που επηρεάζουν την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι, πλέον, στο Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας έχουμε την δυνατότητα πραγματοποίησης μετρήσεων γωνιών με επαναληψιμότητα καλύτερη από 0,05 sec.

Λέξεις-Κλειδιά: Διακρίβωση γωνίας, οπτικά πολύγωνα, αβεβαιότητα, διαχωρισμός σφαλμάτων.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την υλοποίηση επίπεδης γωνίας δεν απαιτείται κάποιο πρωτεύον πρότυπο. Οποιαδήποτε γωνία μπορεί να υλοποιηθεί ως επίκεντρη γωνία ενός κατάλληλα διαιρεμένου κυκλικού δίσκου. Συνεπώς η διακρίβωση προτύπων γωνίας βασίζεται στην ακρίβεια με την οποία μπορούμε να διαιρέσουμε έναν κύκλο και όχι στην κατοχή ή υλοποίηση κάποιου πρωτεύοντος πρότυπου.

Για την διακρίβωση οπτικών πολυγώνων και γωνιακών τραπεζών καθώς και τον διαχωρισμό των σφαλμάτων με τη μέθοδο της διπλής περάτωσης του κύκλου, απαιτείται μεγάλος αριθμός μετρήσεων, η λήψη των οποίων μπορεί να διαρκέσει αρκετές ημέρες. Για το λόγο αυτό αλλά και για την βελτίωση της επαναληψιμότητας των μετρήσεων αυτοματοποιήσαμε την μετρητική μας διάταξη καθώς και τους απαραίτητους υπολογισμούς για το διαχωρισμό των σφαλμάτων. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων και την ανάλυση αυτών, καθώς και τον λεπτομερή υπολογισμό των αβεβαιοτήτων που επηρεάζουν την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Οι τεχνικές διακρίβωσης που χρησιμοποιούνται στο εργαστήριο διαστατικών του ΕΙΜ για την διακρίβωση οπτικών τραπεζών και οπτικών πολυγώνων είναι αυτές κατά τις οποίες οι γωνίες ενός προς διακρίβωση προτύπου συγκρίνονται με γωνίες που ανήκουν σε ένα δεύτερο πρότυπο. Κάθε γωνία του πρώτου συγκρίνεται διαδοχικά με κάθε γωνία του δευτέρου και ως αποτέλεσμα **τα δύο πρότυπα διακρίβώνονται ταυτόχρονα**^{1,2}. Πιο συγκεκριμένα οι τεχνικές διακρίβωσης είναι οι:

- Cross calibration μεταξύ πολυγώνου και indexing table (ή angle encoder γωνιακής τράπεζας) με την βοήθεια ενός autocollimator και με τη μέθοδο διπλής περάτωσης (dual closure).
- Cross calibration μεταξύ indexing table (ή angle encoder γωνιακής τράπεζας) και ενός δευτέρου indexing table (ή angle encoder γωνιακής τράπεζας) με την βοήθεια ενός autocollimator, ενός υψηλής ποιότητας καθρέπτη και με τη μέθοδο διπλής περάτωσης (dual closure).

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων και την ανάλυση αυτών, που αφορούν την ταυτόχρονη διακρίβωση της γωνιακής τράπεζας του ΕΙΜ και του δωδεκάπλευρου οπτικού πολύγωνου, με την χρήση του λογισμικού που αναπτύξαμε για την αυτοματοποίηση της πειραματικής μας διάταξης.

2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕΤΡΗΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Για τις μετρήσεις που παρουσιάζονται στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκαν (Σχήμα 1):

1. Η γωνιακή τράπεζα του εργαστηρίου η οποία είναι εξοπλισμένη με angle encoder RON 905 με AWE 1024 interpolator και μετρητική κάρτα IK 220 διακριτικής ικανότητας $0,1''$ ($0,00001^\circ$) και ακρίβειας $\pm 0,2''$.

2. Ο autocollimator Moller-Wedel Elcomat 2000 διακριτικής ικανότητας $0,05''$ ακρίβειας $\pm 0,1''$.
3. Το οπτικό πολύγωνο 12 πλευρών
4. Το λογισμικό που αναπτύχθηκε για την αυτοματοποίηση της γωνιακής τράπεζας και του μετρητικού συστήματος.



Σχήμα 1. Σύστημα διακρίβωσης προτύπων γωνιών.

Το οπτικό πολύγωνο τοποθετείται στην πρώτη σχετική με την γωνιακή τράπεζα θέση. Σύμφωνα με την αντίστοιχη διαδικασία του εργαστηρίου, τοποθετείται ομόκεντρα ως προς την γωνιακή τράπεζα και γίνονται όλες οι απαραίτητες ρυθμίσεις, έτσι ώστε:

- η εκκεντρότητα να μην υπερβαίνει τα $\pm 200\mu\text{m}$.
- ο οπτικός άξονας του autocollimator να είναι κάθετος στον άξονα περιστροφής της γωνιακής τράπεζας και να περνά από το κέντρο της ανακλαστικής πλευράς του πολυγώνου.
- το πολύγωνο να βρίσκεται σε ένα επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής της γωνιακής τράπεζας με τέτοιο τρόπο ώστε το pyramidal error της κάθε ανακλαστικής πλευράς να είναι ελάχιστο.

Προκειμένου να προσδιορίσουμε το πρόσημο των αποκλίσεων θα πρέπει να προσδιορίσουμε το πώς αυτό αλλάζει κατά την περιστροφή του συστήματος γωνιακή τράπεζα – οπτικό πολύγωνο στον angle encoder και τον autocollimator. Έστω ότι δεξιά περιστροφή του συστήματος συνεπάγεται αύξηση της τιμής του angle encoder, του autocollimator και της φοράς αρίθμησης του πολυγώνου.

Η γωνιακή τράπεζα γυρίζει δεξιόστροφα κατά την ονομαστική τιμή της γωνίας $B, A=360^\circ/12=30^\circ$ και καταγράφονται οι αρχικές και τελικές τιμές του angle encoder και του autocollimator στις θέσεις $i=1, 2$.

3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Σύμφωνα με την μέθοδο της διπλής περάτωσης² οι δύο κύκλοι (του angle encoder της γωνιακής τράπεζας, B , και του πολυγώνου, A) διαιρούνται σε $n=12$ ίσες γωνίες (b_i, α_i), ονομαστικής τιμής $2\pi/n=30^\circ$. Οι αποκλίσεις (pitch deviations) τους από αυτήν θα είναι αντίστοιχα Δb_i και $\Delta \alpha_i$ και θεωρούμε ότι είναι γωνίες που μπορούμε να μετρήσουμε με έναν autocollimator.

$$b_i = 30^\circ + \Delta b_i \quad \text{και} \quad \alpha_k = 30^\circ + \Delta \alpha_k, \quad i, k=1, 2, \dots, 12 \quad (1)$$

Ορίζουμε τις αθροιστικές αποκλίσεις (cumulative pitch deviations) ως Δt_i και $\Delta \beta_i$:

$$\Delta t_i = \sum_{k=2}^i \Delta b_k \quad \Delta \beta_i = \sum_{k=2}^i \Delta \alpha_k \quad (2)$$

Έτσι έχοντας τους δύο κύκλους διαιρεμένους σε n ίσους μεταξύ τους τομείς με γωνίες $A_1, A_2, \dots, A_n$ και $B_1, B_2, \dots, B_n$, οι γωνίες έχουν ονομαστική τιμή $2\pi/n$ και οι αποκλίσεις τους από αυτήν είναι αντίστοιχα $a_1 a_2 \dots a_n$ και $b_1 b_2 \dots b_n$. Δηλαδή:

$$A_i = 2\pi/n + \alpha_i, \quad B_k = 2\pi/n + b_k \quad \text{όπου} \quad i, k=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Αν συγκρίνουμε διαδοχικά όλες τις γωνίες του πρώτου κύκλου A_i με όλες τις γωνίες του κύκλου δευτέρου B_k θα έχουμε :

$$A_i - B_k = \alpha_i - b_k = m_{ik}, \quad \text{όπου } m_{ik} : \text{γωνία που μπορούμε να προσδιορίσουμε (πειραματικά με μέτρηση).}$$

δηλαδή ένα σύνολο $n \times n$ γραμμικών εξισώσεων της μορφής $\alpha_i - b_k = m_{ik}$ (4) με $2n$ αγνώστους .

Οι περιορισμοί που θέτουν οι περατώσεις των κύκλων μας δίνουν δύο επιπλέον εξισώσεις :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n A_i &= 2\pi & \sum_{k=1}^n B_k &= 2\pi \\ \sum_{i=1}^n (2\pi/n + \alpha_i) &= & \sum_{k=1}^n (2\pi/n + b_k) &= \\ n(2\pi/n) + \sum_{i=1}^n \alpha_i &= & n(2\pi/n) + \sum_{k=1}^n b_k &= \\ 2\pi + \sum_{i=1}^n \alpha_i &= & 2\pi + \sum_{k=1}^n b_k &= \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i &= 0 & \sum_{k=1}^n b_k &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

δηλαδή, εφόσον το άθροισμα όλων των επίκεντρων γωνιών σε ένα κύκλο ισούται με 2π (360°), το άθροισμα των αποκλίσεων τους από την ονομαστική τους τιμή θα ισούται με μηδέν.

Έτσι καταλήγουμε σε ένα σύστημα n^2+2 εξισώσεων με $2n$ αγνώστους. Εκφραζόμενο σε μορφή πίνακα θα είναι :

$$Ax=m$$

όπου : A ένας (n^2+2) επι ($2n$) πίνακας συντελεστών ,

x ένας ($2n$) επι 1 πίνακας στήλης που περιέχει τις άγνωστες αποκλίσεις των γωνιών a_i , b_k , και

m ένας (n^2+2) επι 1 πίνακας στήλης που περιέχει τα αποτελέσματα των συγκρίσεων μεταξύ των αποκλίσεων των γωνιών a_i , b_k και τους περιορισμούς των περατώσεων των κύκλων.

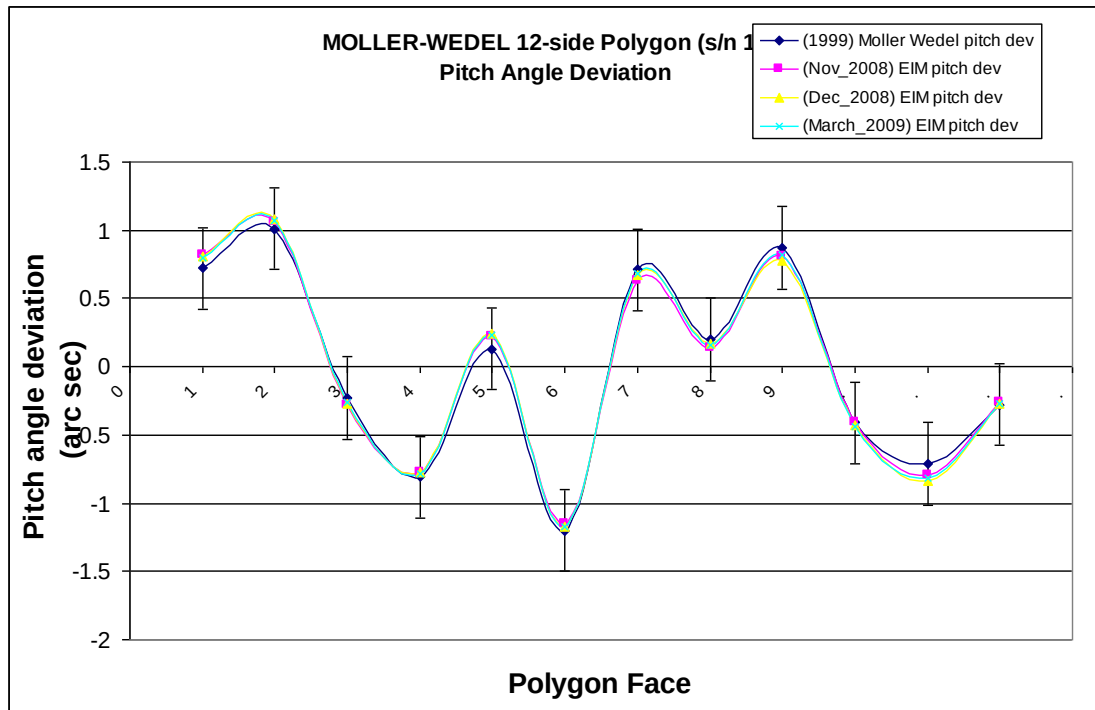
Οι τιμές του πίνακα m πρακτικά προσδιορίζονται με πειραματικές μετρήσεις. Λόγω των πειραματικών σφαλμάτων που αναπόφευκτα παρουσιάζουν οι πειραματικές μετρήσεις, ένα τέτοιο σύστημα, με περισσότερες εξισώσεις από αγνώστους είναι συνήθως ασυμβίβαστο, δηλαδή δεν έχει λύση που να ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις ταυτόχρονα.

Ο τρόπος λύσης που μας δίνεται στην γραμμική άλγεβρα, είναι στην λογική της καλύτερης προσαρμογής στα πειραματικά δεδομένα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων².

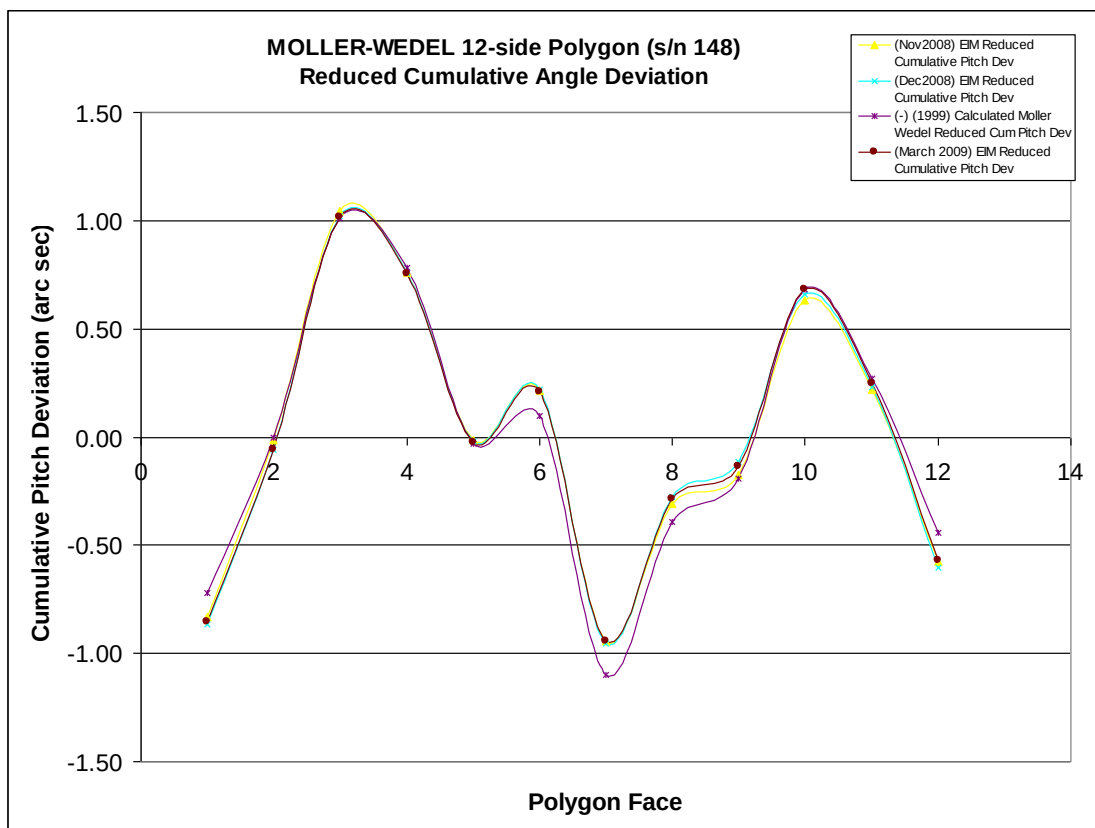
Έτσι τελικά έχουμε :

$$\bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T m$$

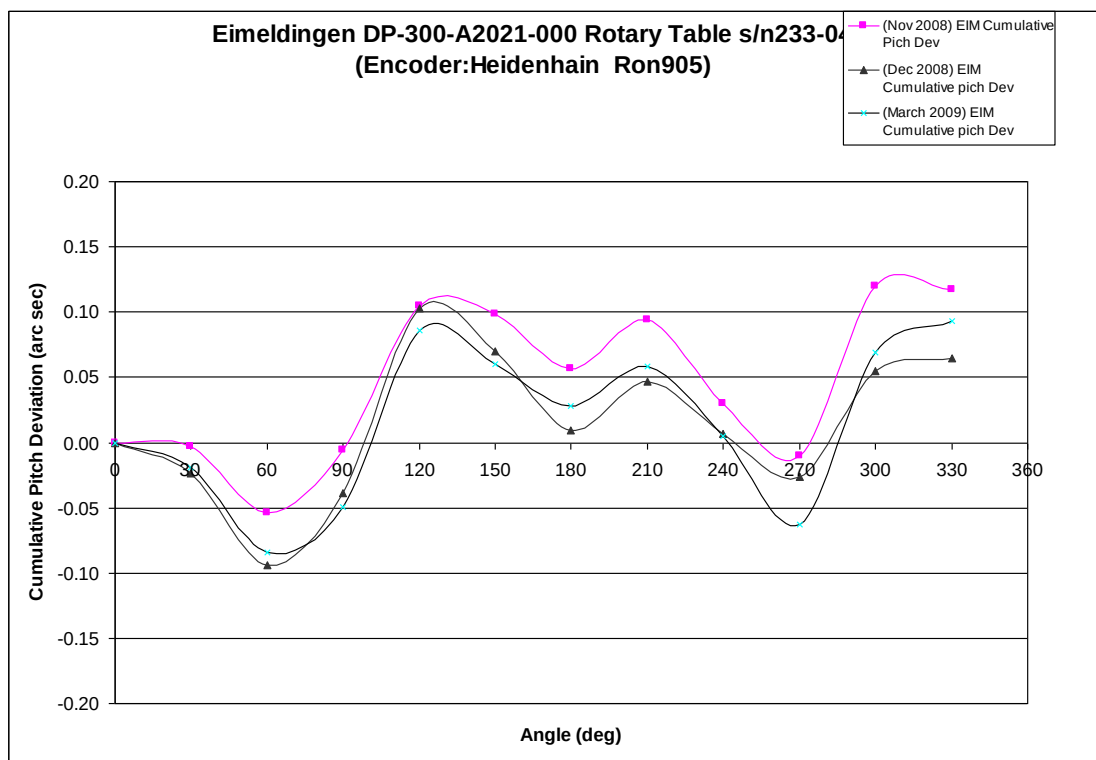
Χρησιμοποιώντας την παραπάνω μέθοδο για τον διαχωρισμό των σφαλμάτων υπολογίζουμε τις αποκλίσεις (pitch deviations) και τις αθροιστικές αποκλίσεις (cumulative pitch deviations) για την γωνιακή τράπεζα και το οπτικό πολύγωνο (Σχήματα 2, 3, 4). Στα σχήματα αυτά συγκρίνονται οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν με το πρόσφατα αυτοματοποιημένο σύστημα του εργαστηρίου μας το Νοέμβριο του 2008, το Δεκέμβριο του 2008 και το Μάρτιο του 2009. Απλή παρατήρηση των σχημάτων αυτών επιβεβαιώνει την δυνατότητα πραγματοποίησης μετρήσεων γωνιών με επαναληψιμότητα καλύτερη από 0,05 sec, η οποία είναι κατά μία τάξη μεγέθους καλύτερη από τις μετρήσεις που πραγματοποιούσαμε χωρίς την αυτοματοποίηση του συστήματος.



Σχήμα 2. Απόκλιση από τις ονομαστικές τιμές των γωνιών των πλευρών του οπτικού πολυγώνου.



Σχήμα 3. Αθροιστική απόκλιση των τιμών των γωνιών των πλευρών του οπτικού πολυγώνου.



Σχήμα 4. Αθροιστική απόκλιση των τιμών των γωνιών της γωνιακής τράπεζας του EIM.

Άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την αβεβαιότητα³ των μετρήσεων δίνονται στο παρακάτω πίνακα

Πίνακας 1. Παράγοντες που επηρεάζουν την αβεβαιότητα των μετρήσεων

Παράμετρος	$u(x_i)$ - sec	v	c_i	$c_i \cdot u(x_i)$
δa , η ακρίβεια του autocollimator (πιστοποιητικό διακρίβωσης), $\pm 0,05''$	0.029	50	1	0.029
δa_r διακριτική ικανότητα του autocollimator, $0,05''$	0.014	50	1	0.014
δa_k η επαναληψιμότητα του autocollimator, $\pm 0,1''$ ($k=2$)	0.029	13	1	0.029
δt_r , η διακριτική ικανότητα της γωνιακής τράπεζας, $0,1''$	0.029	50	1	0.029
δt_a , η ευθυγράμμιση των αξόνων του autocollimator με τον άξονα περιστροφής του τραπέζιού, $0,05''$	0.014	13	1	0.014
δe , η εκκεντρότητα του οπτικού πολυγώνου ή του πλακιδίου γωνίας $0.1''/\text{mm}$	0.012	13	1	0.012
δp , Τα σφάλματα πυραμίδας, $0,01''$	0.006	13	1	0.006
δf , η επιπεδότητα των ανακλαστικών επιφανειών του πολυγώνου ή του πλακιδίου γωνίας $0,01''$	0.006	13	1	0.006

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάσαμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων και την ανάλυση αυτών, καθώς και τις παραμέτρους που επηρεάζουν την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι, πλέον, στο Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας έχουμε την δυνατότητα πραγματοποίησης μετρήσεων γωνιών με επαναληψιμότητα καλύτερη από 0,05 sec. Η τιμή αυτή είναι κατά μία τάξη μεγέθους μικρότερη από την επαναληψιμότητα που πετυχαίναμε χωρίς την αυτοματοποίηση του συστήματος μέτρησης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] P. J. Sim, in *Modern techniques in metrology*, edited by P. L. Hewlitt (World Scientific, Singapore, 1984), p. 102.
- [2] W. T. Estler, *Uncertainty Analysis for Angle Calibrations Using Circle Closure*, J. Res. Natl. Inst. Stand. technol. **103**, 141 (1998).
- [3] ISO, *Guide to the expression of uncertainty in measurement*. (International Organization for Standardization, 1995).